وزارة التربية

الفيزياء 12

الصف الثاني عشر

الجزء الأوّل

الطبعة الثانية

كتاب الطالب

المرحلة الثانوية

وزارة التربية

الفيزياء

كتاب الطالب

الصفّ الثاني عشر 12

الجزء الأوّل

المرحلة الثانويّة

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب العلوم

أ. ليلى علي حسين الوهيب (رئيسًا)

أ. مصطفى محمد مصطفى علي | أ. فتوح عبد الله طاهر الشمالي

أ. سعاد عبد العزيز الرشود | أ. تهاني ذعار المطيري

الطبعة الثانية

1437 - 1438 هـ

2016 - 2017 م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الفيزياء للصف الثاني عشر الثانوي

أ. هناء صابر إبراهيم خليفة

أ. كامل غنيم سعيد جمعة
أ. إيمان أكرم حمد حمد
أ. حمده فواز الصنيدح الظفيري
أ. أبرار ناصر عبدالله الصريعي

دار التَّربَويّون House of Education ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن 2014

الطبعة الأولى 2015/2014 م
الطبعة الثانية 2017/2016 م

صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت

سمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح

ولي عهد دولة الكويت

مقدمـــة

الحمدلله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين، محمد بن عبدالله وصحبه أجمعين.

عندما شرعت وزارة التربية في عملية تطوير المناهج، استندت في ذلك إلى جملة من الأسس والمرتكزات العلمية والفنية والمهنية، حيث راعت متطلبات الدولة وارتباط ذلك بسوق العمل، وحاجات المتعلمين والتطور المعرفي والعلمي، بالإضافة إلى جملة من التحديات التي تمثلت بالتحدي القيمي والاجتماعي والاقتصادي والتكنولوجي وغيرها، وإن كنا ندرك أن هذه الجوانب لها صلة وثيقة بالنظام التعليمي بشكل عام وليس المناهج بشكل خاص.

ومما يجب التأكيد عليه، أن المنهج عبارة عن كم الخبرات التربوية والتعليمية التي تُقدم للمتعلم، وهذا يرتبط أيضًا بعمليات التخطط والتنفيذ، والتي في محصلتها النهائية تأتي لتحقيق الأهداف التربوية، وعليه أصبحت عملية بناء المناهج الدراسية من أهم مكونات النظام التعليمي، لأنها تأتي في جانبين مهمين لقياس كفاءة النظام التعليمي، فهي من جهة تمثل أحد المدخلات الأساسية ومقياسًا أو معيارًا من معايير كفاءته من جهة أخرى، عدا أن المناهج تدخل في عملية إنماء شخصية المتعلم في جميع جوانبها الجسمية والعقلية والوجدانية والروحية والاجتماعية.

من جانب آخر، فنحن في قطاع البحوث التربوية والمناهج، عندما نبدأ في عملية تطوير المناهج الدراسية، ننطلق من كل الأسس والمرتكزات التي سبق ذكرها، بل إننا نراها محفزات واقعية تدفعنا لبذل قصارى جهدنا والمضي قدمًا في البحث في المستجدات التربوية سواء في شكل المناهج أم في مضامينها، وهذا ما قام به القطاع خلال السنوات الماضية، حيث البحث عن أفضل ما توصلت إليه عملية صناعة المناهج الدراسية، ومن ثم إعدادها وتأليفها وفق معايير عالمية استعدادًا لتطبيقها في البيئة التعليمية.

ولقد كانت مناهج العلوم والرياضيات من أول المناهج التي بدأنا بها عملية التطوير، إيمانًا بأهميتها وانطلاقًا من أنها ذات صفة عالمية، مع الأخذ بالحسبان خصوصية المجتمع الكويتي وبيئته المحلية، وعندما أدركنا أنها تتضمن جوانب عملية التعلم ونعني بذلك المعرفة والقيم والمهارات، قمنا بدراستها وجعلها تتوافق مع نظام التعليم في دولة الكويت، مركزين ليس فقط على الكتاب المقرر ولكن شمل ذلك طرائق وأساليب التدريس والبيئة التعليمية ودور المتعلم، مؤكدين على أهمية التكامل بين الجوانب العلمية والتطبيقية حتى تكون ذات طبيعة وظيفية مرتبطة بحياة المتعلم.

وفي ضوء ما سبق من معطيات وغيرها من الجوانب ذات الصفة التعليمية والتربوية تم اختيار سلسلة مناهج العلوم والرياضيات التي أكملناها بشكل ووقت مناسبين، ولنحقق نقلة نوعية في مناهج تلك المواد، وهذا كله تزامن مع عملية التقويم والقياس للأثر الذي تركته تلك المناهج، ومن ثم عمليات التعديل التي طرأت أثناء وبعد تنفيذها، مع التأكيد على الاستمرار في القياس المستمر والمتابعة الدائمة حتى تكون مناهجنا أكثر تفاعلية.

د. سعود هلال الحربي

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

المحتويات

محتويات الجزء الأوّل

الوحدة الأولى

الحركة
Motion

حركة الكرة هي حركة مركّبة من حركة خطّية وأخرى دورانية.

إنّ مفهوم الحركة هو من المفاهيم الفيزيائية الأساسية المرتبطة بحياتنا اليومية. درسنا في السنوات السابقة علم الحركة الخطّية والدورانية وأسبابها باستخدام قوانين نيوتن. أمّا في هذه الوحدة فسنتناول الحركة وأسبابها من منظور آخر، يرتكز على الطاقة ودورها في تحريك الأجسام وإنجاز الشغل. وسنتعرّف مفهومًا فيزيائيًّا جديدًا يُسمّى كمّية الحركة، وسنكتشف تأثيره في تغيير الحركة الخطّية أو الدورانية للأجسام. وفي نهاية الوحدة، سنتناول ديناميكا الدوران لاستكمال ما درسناه سابقًا في علم الحركة الدورانية، وسنكتشف مسبّباتها والعوامل المؤثرة فيها من خلال القوانين الثلاثة لنيوتن في الحركة الدورانية. إنّ دراسة هذه الوحدة ستساعدنا على فهم جميع العوامل المؤثّرة في الحركة بأنواعها وأشكالها المختلفة، من قوى أو من طاقة مبذولة، وعلى تحليل وتفسير حركة الأجسام المركّبة من حركة خطّية ودورانية باستخدام قوانين نيوتن أو باستخدام قوانين الطاقة.

اكتشف بنفسك

طاقة الرياح والحركة الدورانية

منذ قديم الزمان، حُوِّلت طاقة الرياح إلى طاقة حركية دورانية بهدف طحن الحبوب ورفع المياه من الآبار. في أيّامنا هذه تُستخدم طاقة الرياح في توليد الطاقة الكهربائية باستخدام توربينات هوائية تولّد الكهرباء نتيجة دورانها. يتلقّى التوربين في ثانية واحدة طاقة رياح تساوي 144 000J، ويحوّل 30% من هذه الطاقة إلى طاقة كهربائية.

1. اذكر نوعين من تحوّلات الطاقة أُشير إليها في النصّ.
2. أُحسب كمّية الطاقة الكهربائية التي ينتجها التوربين الهوائي في ثانية واحدة.
3. عندما تنخفض سرعة الرياح، لا يستطيع التوربين تقديم الطاقة الكهربائية اللازمة. إِشرح السبب.
4. إِستنتج بعضًا من سلبيات طاقة الرياح وإيجابياتها.

فصول الوحدة

الفصل الأوّل
- الطاقة

الفصل الثاني
- ميكانيكا الدوران

الفصل الثالث
- كمّية الحركة الخطّية

أهداف الوحدة

- يعرّف مفهوم الشغل.
- يستنتج العلاقة بين الشغل والطاقة.
- يعرّف قانون حفظ (بقاء) الطاقة الميكانيكية.
- يطبّق القوانين الثلاثة لنيوتن في الحركة الدورانية.
- يعرّف مفهوم كمّية الحركة الخطّية ودورها في تغيير حركة الأجسام.
- يعرّف مفهوم كمّية الحركة الدورانية ودورها في تغيير حركة الأجسام.

معالم الوحدة

- **الفيزياء والتكنولوجيا:** الدفع ووسائل الأمان
- **الفيزياء في المختبر:** تطبيق عزم الدوران على مكّوك الخيط
- **الفيزياء في المختبر:** أرجِح قلمك
- **الفيزياء والتكنولوجيا:** الطائرة المروحية
- **الربط بعلم الفلك:** المجرّات الحلزونية

الفصل الأوّل

الطاقة
Energy

دروس الفصل

الطاقة الهوائية والطاقة الشمسية

كما نعلم، الطاقة هي العامل الأساسي في نماء الإنسان وتطوّره في هذا العصر. تتعدّد تعريفات الطاقة ولكن جميعها يتمحور حول مفهوم واحد هو إمكانية إنجاز شغل.

ازدادت حاجة الإنسان إلى الطاقة مع التطوّر والتقدّم الحاصلين، فتنوّعت مصادرها وتعدّدت. بعد أن استخدم الإنسان الخشب والفحم الحجري والبترول في توليد الطاقة تقدّم في بحوثه لاكتشاف طاقات بديلة وتعلّم كيفية تحويل الطاقة من شكل إلى آخر، فأصبحنا اليوم نستخدم الطاقة الشمسية والنووية وطاقة الرياح وغيرها من الطاقات لتلبية حاجاتنا المتزايدة من طاقة كهربائية وميكانيكية.

وبما أنّ للطاقة أشكال كثيرة ومتنوّعة تصعب دراستها دفعة واحدة، سنتناول في هذا الفصل أحد أهمّ أشكالها وهي الطاقة الميكانيكية، التي تُعتبر المساهم الأوّل في التقدّم التكنولوجي الذي شهدته آلات كثيرة ومحرّكات ومصانع في كافّة المجالات. وسنكتشف دورها في إنجاز الشغل وأهمّية تحوّلها من شكل إلى آخر.

الدرس 1-1

الشغل
Work

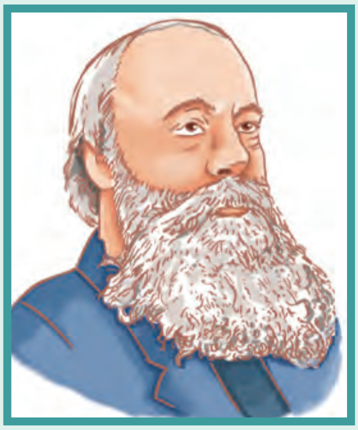
الأهداف العامة

- يعرّف مفهوم الشغل.
- يعرّف الجول.
- يميّز بين الشغل الناتج عن قوّة ثابتة والشغل الناتج عن قوّة متغيّرة.
- يحسب مقدار الشغل الناتج عن قوّة ثابتة.
- يحسب مقدار الشغل الناتج عن قوّة متغيّرة.

(شكل 1)
يدفع العامل الصندوق ليدخله داخل الشاحنة.

لم يختلف المعنى الفيزيائي لكثير من المفاهيم الفيزيائية التي درسناها سابقًا عن معناها المستخدَم في حياتنا اليومية، ولكن هذا لا ينطبق على مفهوم الشغل، فالمعنى الشائع لمفهوم الشغل هو القيام بجهد جسدي أو فكري. ولكن مفهومه الفيزيائي الذي سنكتشفه في هذا الدرس مختلف، فعندما يُحاوِل العامل في الشكل (1) دفع الصندوق من دون أن يتمكّن من تحريكه، يُجهِد نفسه من دون أن يبذل شغلًا. كذلك يكون حالك إذا وقفت حاملًا حقيبتك الثقيلة على جانب الطريق، إذ إنّك تبذل قوّة عليها لتُبقيها مرفوعة عن الأرض، وقد تشعر بالتعب وبأنّك بذلت جهدًا ولكنّك من وجهة نظر الفيزيائيين لم تبذل شغلًا. هذا يعني أنّ الشغل ليس الجهد والتعب وبذل القوّة كما يعتقد الكثيرون.

ما هو إذًا المفهوم الفيزيائي الحقيقي للشغل؟ وهل بذل قوّة على جسم ما يعني القيام بشغل؟ وهل تحريك الجسم من موضع إلى آخر يعني شغلًا؟ الإجابة عن هذه التساؤلات هي محور هذا الدرس.



(شكل 2)
جيمس جول
(24 ديسمبر 1818 – 11 أكتوبر 1889).
كان له أثر بارز في تطوّر مفهوم الطاقة وأثبت التكافؤ بين أشكال الطاقة المختلفة (الميكانيكية، والكهربائية والحرارية)، وأنّه يمكن تحويلها من شكل إلى آخر.

1. تعريف الشغل Definition of Work

لو قام العامل في المثال السابق ببذل قوّة أكبر وتمكّن من إزاحة الصندوق، يكون من وجهة نظر الفيزيائيين قد بذل شغلًا، أي أنّ **الشغل Work عملية تقوم فيها قوّة مؤثّرة بإزاحة جسم في اتّجاهها.**

يُقاس الشغل بحسب النظام الدولي للوَحدات بوَحدة الجول (Joule) ويُرمَز لها بـ(J). **والجول هو الشغل الذي تبذله قوّة مقدارها 1(N) تُحرّك جسمًا في اتّجاهها مسافة مترٍ واحدٍ.**

وتجدر الإشارة إلى أنّ اختلاف أنواع القوى بين قوى منتظمة (ثابتة المقدار والاتّجاه) وقوّة متغيّرة يدفعنا إلى دراسة حالتين من الشغل وهما: الشغل الناتج عن قوّة منتظمة، والشغل الناتج عن قوّة متغيّرة، إذ هناك اختلاف كبير في حساب مقدار كلّ منهما سنراه في سياق الدرس.

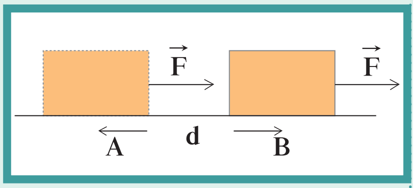
2. الشغل الناتج عن قوّة منتظمة

Work Done by a Constant Force

1.2 قوّة منتظمة موازية لاتّجاه الحركة

Constant Force Parallel to the Direction of Motion

لنأخذ صندوقًا على سطح أملس ولندفعه بقوّة $\vec{F}$ منتظمة أي ثابتة المقدار والاتّجاه وموازية للسطح كما في الشكل (3) ليتحرّك من النقطة A إلى النقطة B مسافة $(d = AB)$ باتّجاه القوّة.



(شكل 3)

قوّة منتظمة $\vec{F}$ موازية للسطح تحرّك الجسم مسافة d.

إنّ الشغل W الناتج عن القوّة $\vec{F}$ على الصندوق يكون حاصل الضرب العددي لمتجه القوّة المؤثّرة على الجسم ومتّجه الإزاحة ويُحسب باستخدام العلاقة:

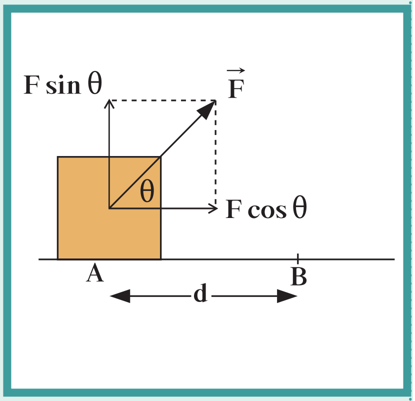
$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d}}$$

حيث تُقاس $\vec{F}$ بوَحدة (N) والإزاحة $\vec{d}$ بوَحدة (m) والشغل W بوَحدة (J)بحسب النظام الدولي للوَحدات.

2.2 قوّة منتظمة تصنع زاوية مع اتّجاه الحركة

Constant Force Making an Angle with the Motion Direction

إذا كانت القوّة $\vec{F}$ تصنع زاوية θ مع اتّجاه الحركة كما في الشكل (4)، فإنّ حساب الشغل يتطلّب تحليل القوّة إلى مركّبتين: مركّبة أفقية في اتّجاه الحركة، وتساوي $F \cos \theta$ وأخرى عمودية $F \sin \theta$ لا تسبّب أيّ إزاحة في اتّجاه الحركة، وبالتالي لا يكون الشغل سوى نتيجة مركّبة القوّة الموازية لاتّجاه حركة الجسم.



(شكل 4)

تمثيل القوّة بتحليل المتّجهات لقوّة F تصنع زاوية θ مع اتّجاه الحركة.

وعليه يمكننا استنتاج وتعميم أنّ مقدار الشغل الناتج عن أيّ قوّة $\vec{F}$ تسبّب إزاحة $\vec{AB} = \vec{d}$ يحسب بالعلاقة:

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \times d \times \cos\theta}$$

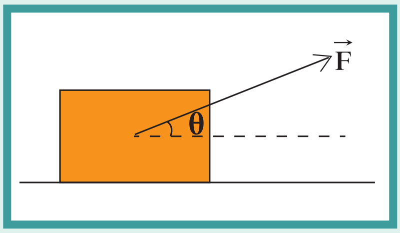
حيث θ هي الزاوية بين اتّجاه القوّة واتّجاه الحركة.

3.2 الشغل كمّية موجبة أو سالبة

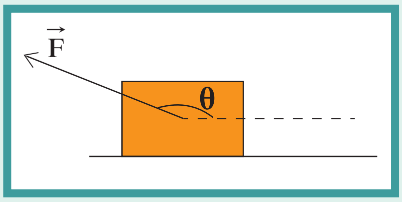
Positive or Negative Work

يمكننا أن نستنتج، من هذه العلاقة $(W = \vec{F} \cdot \vec{d})$، أنّ الشغل هو كمّية عددية وأنّ للزاوية θ التي يمكن أن تتغيّر بين 0° و180° تأثير في حالة الشغل بحيث تجعله سالبًا أو موجبًا:

- إذا كانت $\theta = 0^\circ$ فإذًا $\cos\theta = 1$ وبالتالي الشغل يساوي، كما ذكرنا سابقًا، $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ وهو موجب المقدار لأنّ الإزاحة باتّجاه القوّة.
- وفي حال $0^\circ \leqslant \theta < 90^\circ$ يكون $0 < \cos\theta \leqslant 1$ أي يكون الشغل موجبًا ومنتِجًا للحركة (شكل 5) (القوّة لها مركّبة باتّجاه الإزاحة).
- إذا كانت $\theta = 90^\circ$ فإذًا $\cos\theta = 0$ وبالتالي الشغل يساوي $W = 0$ كما هو الحال عندما ترفع حقيبتك بقوّة إلى أعلى وتتحرّك باتّجاه أفقي عمودي على اتّجاه القوّة، أي أنّ القوّة عمودية على الحركة.
- وفي حال $90^\circ < \theta \leqslant 180^\circ$ يكون $\cos\theta < 0$ أي يكون الشغل سالبًا، مقاومًا للحركة (شكل 6) (القوّة لها مركبة عكس اتّجاه الإزاحة).
- أمّا إذا كان اتّجاه القوّة معاكسًا تمامًا لاتّجاه الإزاحة، أي أنّ الزاوية بين القوّة واتّجاه الإزاحة تساوي 180°، فإنّ $\cos\theta = -1$ وبالتالي يكون الشغل سالبًا.



(شكل 5)
القوّة لها مركّبة في اتّجاه الإزاحة
يكون الشغل موجبًا عندما تكون الزاوية
$0 \leq \theta < 90^\circ$



(شكل 6)
القوّة لها مركّبة عكس اتّجاه الإزاحة
يكون الشغل سالبًا عندما تكون الزاوية
$90^\circ < \theta \leq 180^\circ$

4.2 محصّلة الشغل لمجموعة من القوى المنتظمة

Resultant of Work Done by Constant Forces

إذا كان الجسم معرّضًا لمجموعة من القوى المنتظمة، فإنّ إيجاد مقدار محصّلة الشغل على الجسم يتطلّب إيجاد محصّلة القوّى المؤثّرة في الجسم ليكون الشغل مساويًا للضرب العددي لمتّجهي محصّلة القوى والإزاحة أي:

$$\boxed{\begin{aligned} W_{Net} &= \vec{F}_{Net} \cdot \vec{d} \\ &= F_{Net} \times d\cos\theta \end{aligned}}$$

وإذا كان تأثير الشغل الكلّي للجسم هو تغيير في سرعته فإنّ الإشارة الموجبة للشغل الكلّي تعني زيادة في سرعة الجسم والإشارة السالبة تعني انخفاضًا (نقصًا) في سرعته.

مثال (1)

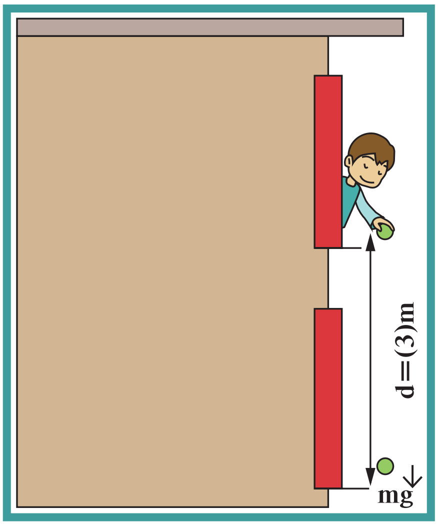
يحمل الولد في الشكل (7) كرة كتلتها (1.5)kg خارج نافذة غرفته في الطابق الثاني التي ترتفع عن الأرض (6)m.

(أ) ما هو مقدار الشغل المبذول على الكرة نتيجة قوّة إمساك الولد لها؟

(ب) أفلت الولد الكرة لتسقط تحت تأثير قوّة الجاذبية الأرضية. ما هو مقدار الشغل الناتج عن قوّة الجاذبية الأرضية إذا تحرّكت الكرة مسافة (3)m؟ (علمًا أنّ مقدار عجلة الجاذبية $g = (10)N/kg$).

(جـ) ما هو مقدار الشغل الناتج عن قوّة الاحتكاك مع الهواء (المفترَض أنّها ثابتة) خلال سقوط الكرة مسافة (3)m علمًا أنّ مقدار قوّة الاحتكاك $f = (1)N$.

(د) أُحسب الشغل الكلي المبذول على الكرة نتيجة القوى المؤثّرة فيها.



(شكل 7)

طريقة التفكير في الحلّ

1. **حلِّل:** أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: كتلة الكرة: $m = (1.5)kg$

مقدار الإزاحة: $d = (3)m$

غير المعلوم: (أ) الشغل الناتج عن قوّة إمساك الولد للكرة؟

(ب) الشغل عندما تسقط الكرة مسافة (3)m؟

(جـ) الشغل الناتج عن قوّة الاحتكاك؟

(د) محصّلة الشغل؟

2. **أُحسب غير المعلوم.**

(أ) بما أنّ الولد يُمسك بالكرة فإنّ مقدار الإزاحة يساوي صفرًا وبالتالي فإنّ مقدار الشغل الناتج عن قوّة إمساك الولد للكرة يساوي صفرًا.

(ب) إنّ مقدار قوّة الجاذبية المؤثّرة في الكرة يساوي $F = m \times g = 1.5 \times 10 = (15)N$ واتّجاهها هو اتّجاه الإزاحة. باستخدام معادلة الشغل:

$$W = F \times d \times \cos \theta$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

$$W = 15 \times 3 \times \cos 0 = (45)J$$

(جـ) باستخدام المعادلة وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

علمًا بأنّ اتّجاه قوّة الاحتكاك معاكس لاتّجاه حركة الجسم.

$$W = f \times d \times \cos 180 = 1 \times 3 \times (-1) = (-3)J$$

مثال (1) (تابع)

(د) محصّلة القوى المؤثّرة على الكرة تساوي:

$F_{NET} = 15 - 1 = (14)N$ واتّجاهها هو اتّجاه السقوط. نجد باستخدام معادلة الشغل أنّ:

$$W_{NET} = 14 \times 3 \times \cos 0 = (42)J$$

تجدر ملاحظة أنّ مقدار الشغل المبذول على الجسم يساوي الشغل الكلّي الناتج عن القوى المؤثِّرة أي أنّ:

$$W_{Net} = 45 - 3 = (42)J$$

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

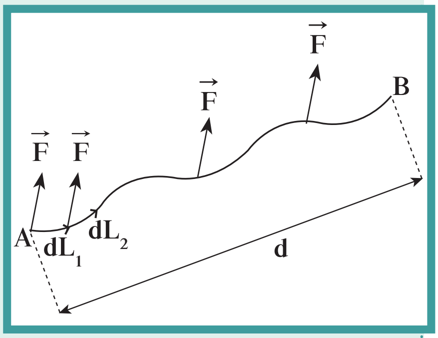
يتناسب مقدار الشغل مع المعطيات في المسألة أي مع مقدار الكتلة والإزاحة، وهو موجب عندما يكون اتّجاه القوّة المؤثِّرة في اتّجاه الإزاحة، وسالب عندما يكون اتّجاه القوّة معاكسًا لاتّجاه الإزاحة.

5.2 الشغل الناتج عن قوّة منتظمة على مسار منحني

Work Done by a Constant Force on an Inclined Plane

تتحرّك نقطة تأثير القوّة المنتظمة $\vec{F}$ على مسار منحنى من النقطة A إلى النقطة B كما في الشكل (8). وبما أنّ المسار ليس مستقيمًا، نستطيع أن نقسمه إلى إزاحات صغيرة متتالية بحيث تصنع كلّ إزاحة خطّية زاوية θ مع القوّة. الشغل الناتج عن القوّة المنتظمة $\vec{F}$ لكلّ إزاحة صغيرة ΔL يساوي:

$$\boxed{\Delta W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta L}}$$



(شكل 8)

الشغل لا يعتمد على شكل المسار بين A وB.

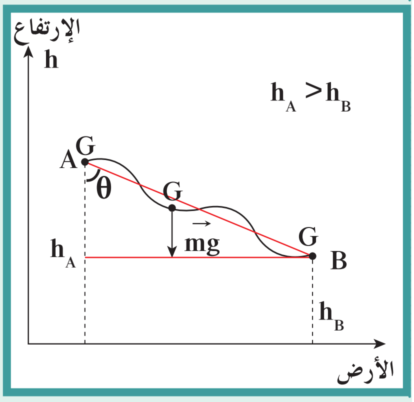
ناتج الشغل الكلّي يساوي:

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \ldots\ldots + \Delta W_n$$

$$\vec{F} \cdot \vec{\Delta L_1} + \vec{F} \cdot \vec{\Delta L_2} + \ldots + \vec{F} \cdot \vec{\Delta L_n} = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

بالتالي نستنتج أنّ الشغل لا يرتبط بشكل المسار الذي سلكته نقطة تأثير القوّة من A إلى B.

فلنأخذ جسمًا مركز ثقله G يتحرّك من النقطة A الموجودة على ارتفاع h_A من خطّ مرجعي أفقي (سطح الأرض) إلى النقطة B الموجودة على ارتفاع h_B من الخطّ المرجعي نفسه على المسار الموضّح في الشكل (9).



(شكل 9)

يتحرّك الجسم من نقطة A إلى نقطة B.

الشغل الناتج عن وزن الجسم موجب.

وزن الجسم $\vec{W}$ قوّة منتظمة والشغل الناتج عن وزن الجسم يمكن حسابه على الشكل التالي:

$$\boxed{W_w = \vec{W} \cdot \vec{d} = mg \cdot d \cdot \cos \theta}$$

ولكن $d \cdot \cos \theta = h_A - h_B$

بالتالي يكون الشغل:

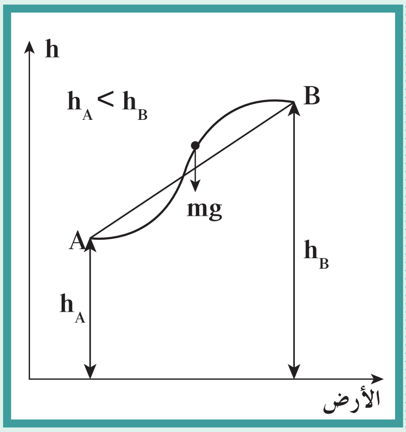
$$\boxed{W = mg \cdot (h_A - h_B)}$$

يتبيّن لنا من هذه المعادلة أنّ الشغل الناتج عن وزن الجسم لا يرتبط بالمسار بين النقطتين بل يرتبط بمقدار الإزاحة الرأسية بين النقطتين.

فعندما يتحرّك الجسم إلى نقطة أدنى من موقعه الابتدائي، أي $h_B < h_A$ يكون الشغل الناتج عن الوزن موجبًا (كما في الشكل 9).

وعندما يتحرّك الجسم إلى نقطة أعلى من موقعه الابتدائي، أي $h_B > h_A$ يكون الشغل الناتج عن الوزن سالبًا (شكل 10).

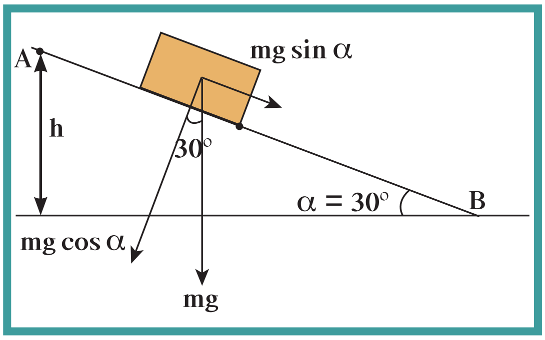
أمّا إذا تحرّك الجسم من نقطة إلى نقطة على المستوى نفسه، أي أنّ $h_A = h_B$ يكون الشغل الناتج عن الوزن يساوي صفرًا.



(شكل 10)
الشغل الناتج عن وزن الجسم سالب.

مثال (2)

وُضع صندوق خشبي كتلته $(100)g$ على مستوى أملس يميل بزاوية 30° مع المستوى الأفقي (شكل 11). أُحسب الشغل الناتج عن وزن الصندوق إذا تحرّك على المستوى المائل مسافة $AB = (50)cm$.
إعتبِر أنّ عجلة الجاذبية $g = (10)m/s^2$.



(شكل 11)

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلِّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: كتلة الصندوق: $m = (0.1)kg$

مقدار الإزاحة: $d = (0.5)m$

غير المعلوم:

الشغل الناتج عن وزن الصندوق؟

2. أُحسب غير المعلوم.

لا يرتبط الشغل الناتج عن وزن الصندوق بالمسار بين النقطتين بل بالارتفاع بين النقطتين:

$$h = d \,.\, \sin 30$$

$$h = 0.5\,(\tfrac{1}{2}) = (0.25)m$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة يساوي الشغل الناتج عن وزن الصندوق:

$$W = m \,.\, g \,.\, h = 0.1 \times 10 \times 0.25 = (0.25)J$$

كمّية الشغل موجبة لأنّ الصندوق يتحرّك إلى أسفل.

مثال (2) (تابع)

3. **قيِّم:** هل النتيجة مقبولة؟
يتناسب مقدار الشغل مع الكمّيات المعطاة في المسألة من مقدار الكتلة والإزاحة. ويمكن التحقّق من النتيجة بطريقة أخرى كما يلي:
يمكن تحليل وزن الصندوق إلى مركّبتين: أفقية موازية للسطح المائل ومقدارها $W_t = m . g . \sin 30$، والأخرى عمودية على السطح ومقدارها $W_n = m . g . \cos 30$ (شكل 11).
محصّلة شغل وزن الصندوق تساوي مجموع الشغل الناتج عن المركّبتين، ولكنّ الشغل الناتج عن المركّبة العمودية يساوي صفرًا لأنّه عمودي على الإزاحة، وبالتالي، الشغل الناتج عن وزن الصندوق هو الشغل الناتج عن المركّبة الأفقية فحسب التي سبّبت الإزاحة AB ويساوي:
$$W = W_{\vec{Wt}} = m . g . \sin 30 \times AB = 0.1 \times 10 \times 0.5 \times 0.5 = (0.25)J$$
وهذا يتوافق مع ما توصّلنا إليه سابقًا ويؤكّد صحّته.

6.2 التمثيل البياني للشغل الناتج عن قوّة منتظمة

Work Done by a Constant Force Graph

الشغل الناتج عن قوة منتظمة هو كمّية عددية تساوي حاصل الضرب العددي لمتّجهي القوّة والإزاحة، وبالتالي يمكن تمثيله بيانيًّا بالمساحة تحت الخطّ المرسوم الذي يمثّل القوّة $\vec{F}$ بدالّة الإزاحة x. فالشغل يساوي مساحة المستطيل (شكل 12) الذي يمثّل ضلعه الرأسي مقدار القوّة، وضلعه الأفقي مقدار الإزاحة.

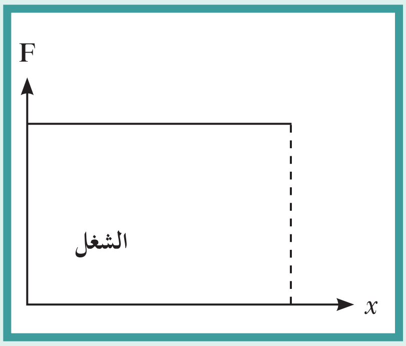
3. الشغل الناتج عن قوّة متغيّرة

Work Done by a Variable Force

القوّة المتغيّرة هي القوّة التي يتغيّر مقدارها أو اتّجاهها، أو يتغيّر مقدارها واتّجاهها معًا أثناء تأثيرها في الجسم. ومن الأمثلة على القوى المتغيّرة التي سنتناولها في هذا الدرس، نذكر قوّة الشدّ على الزنبرك التي يساوي مقدارها كما درسنا سابقًا وفقًا لقانون هوك $\vec{F} = k\,\Delta\vec{x}$. تمثّل k في هذه المعادلة، ثابت هوك ويعبَّر عنها بحسب النظام الدولي للوَحدات بوَحدة $\frac{N}{m}$ وتمثّل Δx استطالة أو انضغاط الزنبرك ويعبَّر عنها بوَحدة m.
عندما تكون القوّة المؤثِّرة في الجسم متغيّرة أثناء إزاحته فإنّ الشغل الناتج يكون متغيّرًا، ويمكن تمثيله بيانيًّا بالمساحة تحت المنحنى $(F-x)$.

مسألتان مع إجابات

1. قوّتان تعملان على صندوق خشبي وُضِع فوق سطح أفقي أملس لينزلق مسافة (2.5)m بالاتّجاه الموجب للمحور الأفقي.
$\vec{F}_1$ قوّة منتظمة مقدارها (10)N وتصنع زاوية 30° مع المحور الأفقي $x'x$ و $\vec{F}_2$ قوّة منتظمة مقدارها (7)N وتصنع زاوية 150° مع المحور الأفقي.
أُحسب الشغل الناتج عن كلّ من هذه القوى وحدِّد إذا كان الشغل مساعدًا أو مقاوِمًا.
الإجابات: $W_1 = (21.65)J$، شغل مساعِد على الحركة و $W_2 = (-15)J$ شغل مقاوِم.
2. يدفع شخص عربة حديقة بقوّة (45)N تصنع زاوية 40° مع المحور الأفقي. أُحسب الشغل الناتج عن هذه القوّة إذا دفع العربة مسافة (15)m؟
الإجابة: $W = (517)J$



(شكل 12)
تمثيل الشغل من خلال المساحة تحت المنحنى

ولحساب المساحة تحت المنحنى رياضيًّا، نأخذ إزاحة صغيرة Δx كي تكون القوّة المؤثِّرة في هذه الإزاحة منتظمة تقريبًا ليساوي الشغل المبذول:

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

وبتقسيم المنحنى إلى أجزاء صغيرة كما في الشكل (13)، وحساب الشغل المبذول في كلّ جزء منه وجمعه، نكتب الشغل الكلّي الناتج عن القوّة المتغيّرة على الشكل التالي:

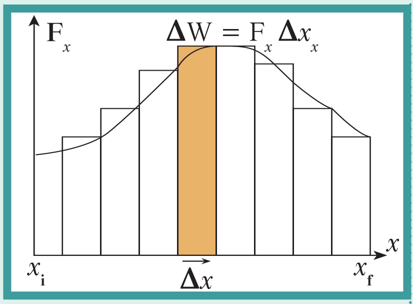
$$W = \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

ويمكن حساب الشغل الناتج عن القوّة المتغيّرة $F = k\Delta x$ باستخدام الرسم البياني لتغيّرات الاستطالة بتغيّر القوّة المؤثِّرة، فنرسم مقدار القوّة $\vec{F}$ بدالّة الاستطالة x كما في الشكل (14).

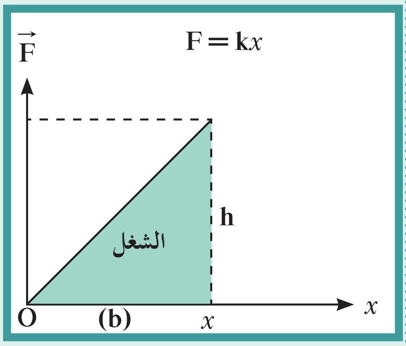
وبما أنّ الشغل يساوي المساحة تحت المنحنى F بدالّة x، فإنّ الشغل الكلّي يساوي مساحة المثلّث تحت المنحنى.

أي أنّ الشغل يساوي:

$$\boxed{\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}(k\Delta x).(\Delta x) \\ &= \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \end{aligned}}$$



(شكل 13)



(شكل 14)
يتمثّل الشغل بمساحة المثلّث وتساوي المساحة
$(s = \frac{b \times h}{2})$

مثال (3)

عُلِّقت كتلة مقدارها $m = (0.15)kg$ بالطرف الثاني (الحرّ) للزنبرك المعلّق رأسيًّا كما في الشكل (15).

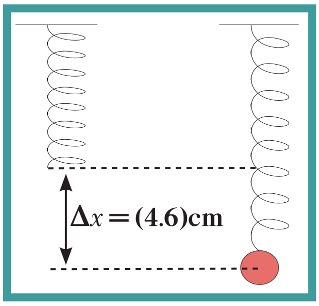
أُحسب مقدار الشغل المبذول لاستطالة الزنبرك مسافة مقدارها $(4.6)cm$.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلِّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: الكتلة: $m = (0.15)kg$

مقدار الإزاحة: $\Delta x = (4.6)cm$



(شكل 15)

مثال (3) (تابع)

غير المعلوم:

الشغل الناتج عن وزن الكتلة المعلَّقة في طرف الزنبرك؟

2. أحسب غير المعلوم.

بما أنّ الزنبرك في وضع اتّزان فإنّ وزن الكتلة المعلَّقة في الزنبرك يساوي قوّة الشدّ، أي أنّ:

$$m.g = k\ \Delta x \Rightarrow k = \frac{m.g}{\Delta x} = \frac{0.15 \times 10}{0.046} = (32.6)N/m$$

وباستخدام المعادلة وبالتعويض عن المقادير المعلومة نجد:

$$W = \frac{1}{2}\,k\Delta x^2 = \frac{1}{2}\,(32.6)(0.046)^2 = (0.034)J$$

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

إنّ مقدار الشغل يتناسب مع مقدار الإزاحة الصغير والقوّة المؤثِّرة.

مراجعة الدرس 1-1

أوّلًا — عندما تقف وأنت تحمل حقيبة التخييم على ظهرك، ما هو مقدار الشغل الناتج عن قوّة الحمل؟ فسِّر إجابتك.

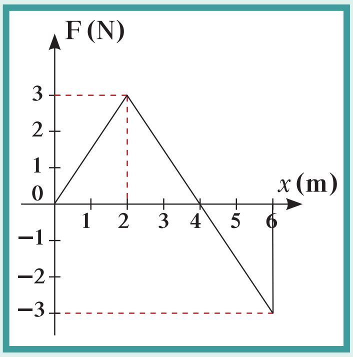
ثانيًا — أُحسب مقدار الشغل الذي يجب بذله على حجر وزنه $(100)N$ لرفعه $(1)m$ عن سطح الأرض.

ثالثًا — زنبرك مثبَّت من أحد طرفيه ثابت مرونته يساوي $(40)N/m$. ما هو مقدار الشغل الذي يجب بذله على الطرف الآخر لجعله يستطيل $(2)cm$ عن طوله الأصلي؟

رابعًا — إذا كان مقدار الشغل اللازم لجعل زنبرك يستطيل $(8)cm$ عن طوله الأصلي يساوي $(400)J$، أُحسب مقدار ثابت مرونة هذا الزنبرك.

خامسًا — ضُغِط زنبركًا $(2)cm$ عن طوله الأصلي في مرحلة أولى ومن ثمّ ضُغِط $(6)cm$ إضافية في مرحلة ثانية. ما هو مقدار الشغل الإضافي المبذول في خلال عملية الضغط الثانية مقارنة بالعملية الأولى؟ (علمًا أنّ ثابت المرونة $k = (100)N/m$)

سادسًا — أُحسب مقدار الشغل الناتج عن القوّة المتغيّرة $\vec{F}$ حين تتغيّر القوّة وفقًا للرسم البياني المُعطى (شكل 16).



(شكل 16)

الدرس 1-2

الشغل والطاقة
Work and Energy

الأهداف العامة

- يعدّد أنواعًا مختلفة من الطاقة.
- يعرّف الطاقة.
- يعرّف الطاقة الحركية.
- يستنتج العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية.
- يستخدم قانون الشغل والطاقة في حلّ مسائل.
- يعرّف الطاقة الكامنة.
- يعرّف طاقة الوضع.
- يستنتج العلاقة بين الشغل الناتج عن الوزن وتغيّر طاقة الوضع.
- يعرّف الطاقة الميكانيكية.

(شكل 17)

بعد أن تعرّفنا في الدرس السابق مفهوم الشغل، سنتعرّف من خلال هذا الدرس مفهومًا فيزيائيًّا مهمًّا مرتبطًا ارتباطًا وثيقًا بمفهوم الشغل وبحياتنا اليومية وهو مفهوم الطاقة.

سعى الإنسان قديمًا إلى البحث عن مصادر طاقة ليستخدمها في أشكال متنوّعة من الشغل، فاستخدم طاقة الحيوانات للقيام بأنشطته الزراعية وللتنقّل. واستخدم طاقة النار في الطهو والإنارة، واستخدم طاقة المياه والرياح في تشغيل المطاحن. ومع تطوّر العلم وتقدّمه، اكتشف الإنسان أنواعًا جديدة من الطاقة، مثل الطاقة الكيميائية والطاقة الكهربائية والميكانيكية وغيرها فاستخدمها حتّى توصّل في يومنا هذا إلى اكتشاف الطاقة النووية واستخدامها.

سنتناول في هذا الدرس الطاقة الميكانيكية على أنّها كمّية يمتلكها الجسم أو النظام، ولأنّها أكثر أنواع الطاقة ارتباطًا بالشغل. وسنتذكّر، كجزء من الطاقة الميكانيكية، الطاقة الحركية، التي درسناها في السنوات السابقة، لنفسّر نتيجة الشغل المبذول في حركة الجسم والتغيّر في طاقته.

وسنتعرّف أيضًا في سياق الدرس مفهوم الطاقة الكامنة كجزء آخر من الطاقة الميكانيكية وسنكتشف دورها في شغل الأجسام.

1. تعريف الطاقة Definition of Energy

إذا أردْتَ إنجاز شغل ما كإزاحة صندوق من مكان إلى آخر على سبيل المثال، فلا بدّ أن تمتلك طاقة للقيام بذلك. فأنت تعطي الصندوق في أثناء دفعك إيّاه جزءًا من طاقتك الكيميائية التي اكتسبتها من الطعام وحوّلتها إلى طاقة حركية، أي تنقل الطاقة منك إلى الصندوق من أجل القيام بشغل.

ويتوقّف مقدار الشغل المنجَز على مقدار الطاقة التي يصرفها الجسم، فالكرة المقذوفة بسرعة أفقية كبيرة على مستوى أفقي تستطيع أن تقطع مسافة أكبر قبل أن تتوقّف من كرة مماثلة لها قذفت بسرعة أقل قبل أن تتوقّف على نفس المستوى لأنّ الكرة الأولى تمتلك طاقة حركية أكبر. وكذلك إذا أسقطْتَ مطرقة على مسمار من مكان مرتفع، ينغرز المسمار أكثر أي تنجز شغلًا أكبر مقارنة بإسقاطها من مكان أقلّ ارتفاعًا، لأنّها تملك في الحالة الأولى طاقة أكبر.

ومن خلال هذه الأمثلة، **نعرّف الطاقة Energy على أنّها المقدرة على إنجاز شغل**. يُعبَّر عن الطاقة كما يُعبَّر عن الشغل، بحسب النظام الدولي للوَحدات، بوَحدة الجول (J).

2. الطاقة الحركية Kinetic Energy

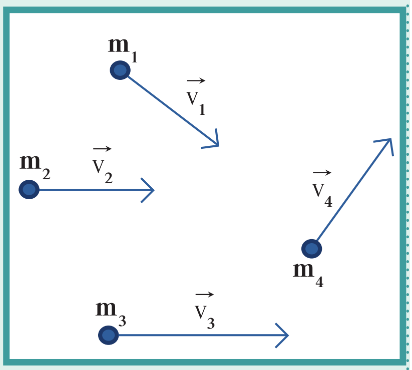
عندما نبذل قوّة كافية على جسم ما فإنه يتحرّك ويكون قادرًا على أن ينجز شغلًا، هذا يعني أنّه يمتلك طاقة حركية. وكلّما تحرّك الجسم بسرعة أكبر عنى ذلك أنّه يمتلك طاقة حركية أكبر. **نعرّف الطاقة الحركية Kinetic Energy على أنّها شغل يُنجزه الجسم بسبب حركته**. تتوقّف الطاقة الحركية لجسم ما أثناء حركته على مسار مستقيم على كتلة الجسم ومقدار سرعته الخطّية التي يتحرّك بها.

(أ) الطاقة الحركية لكتلة نقطية:

تُحسب الطاقة الحركية الخطّية للجسم النقطي باستخدام المعادلة التالية:

$$\boxed{KE = \frac{1}{2}mv^2}$$

حيث تمثّل m كتلة الجسم المتحرِّك ويُعبَّر عنها بوَحدة kg وتمثّل v سرعة الجسم الخطّية ويعبَّر عنها بوَحدة m/s. أمّا الطاقة الحركية فتُقاس بوَحدة الجول (J).



(شكل 18)

(ب) الطاقة الحركية لنظام مؤلَّف من كتل نقطية:

إذا أردنا حساب الطاقة الحركية لنظام يتألّف من مجموعة كتل نقطية نجمع الطاقة الحركية لكلّ كتلة نقطية في النظام كما في الشكل (18)، أي:

$$KE = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \ \ldots\ldots\ + \frac{1}{2}m_nv_n^2$$

(جـ) الطاقة الحركية لجسم صلب:

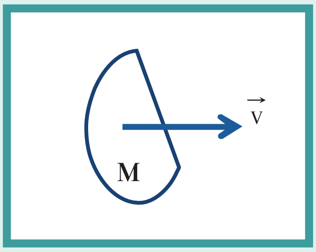
بما أنّ جميع الكتل النقطية للجسم الصلب المتحرِّك على مسار خطّي، والتي تشكّل كتلته M، تتحرّك بالسرعة الخطّية نفسها (شكل 19)، تُمثَّل الطاقة الحركية لهذا الجسم بالعلاقة الرياضية التالية:

$$KE = \frac{1}{2}\Sigma m_i\, v^2$$

أي أنّ الطاقة الحركية للجسم الصلب المصمت تساوي:

$$KE = \frac{1}{2}M\, v^2$$

ملاحظة: إذا كان النظام مؤلّفًا من أكثر من جسم مصمت فإنّ الطاقة الحركية للنظام تساوي مجموع الطاقات الحركية لكلّ الأجسام المصمتة المكوّنة له.



(شكل 19)

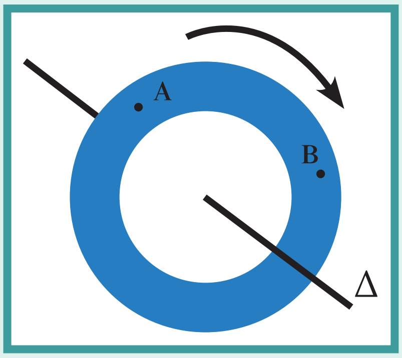
(د) الطاقة الحركية لجسم صلب يدور:

إذا دار الجسم الصلب حول محور كما في الشكل (20) فإنّ جميع نقاطه ستملك السرعة الدورانية نفسها، وستبلغ سرعة أيّ نقطة كتلتها m تبعد مسافة r عن مركز الدوران $v = r.\omega$. وبتعويض مقدار السرعة في معادلة الطاقة الحركية:

$$KE = \frac{1}{2}\Sigma m\, v^2 = \frac{1}{2}\Sigma m \times (r.\omega)^2 = \frac{1}{2}\,\omega^2\,(\Sigma m.r^2)$$

ولكنّ الكمّية الفيزيائية (Σmr^2) تمثّل القصور الذاتي الدوراني لنظام حول محور الدوران ويُرمَز لها بـِ I. بالتالي، نكتب معادلة الطاقة الحركية لجسم صلب يدور حول محور ثابت على الشكل التالي:

$$\boxed{KE = \frac{1}{2}\, I\, \omega^2}$$



(شكل 20)

عندما تدور العجلة حول محور الدوران Δ بسرعة دورانية ω، تكون لجميع نقاطها السرعة الدورانية نفسها.

ملاحظة: يختلف القصور الذاتي الدوراني لجسم ما باختلاف شكله ومحور دورانه وسنتناول ذلك تفصيليًّا في دروس لاحقة. يحتوي الجدول (1) على مقدار القصور الذاتي الدوراني لبعض الأجسام لاستخدامها عند الحاجة في إيجاد الطاقة الحركية الدورانية لهذه الأجسام. سنرى القصور الذاتي الدوراني للجسم بالتفصيل في الدرس الثاني من الفصل الثالث.

الجسم	مقدار القصور الذاتي الدوراني
كتلة نقطية m تبعد عن محور الدوران Δ مسافة r	$I = mr^2$
قرص مصمت كتلته m ونصف قطره r يدور حول محور عمودي يمرّ في مركزه	$I = \frac{1}{2}mr^2$
حلقة دائرية كتلتها m ونصف قطرها r تدور حول محور عمودي يمرّ في مركزها	$I = mr^2$
عصا منتظمة الشكل طولها L وكتلتها m تدور حول محور عمودي يمرّ في نقطة الوسط	$I = \frac{1}{12}mL^2$

جدول (1)

مسألة

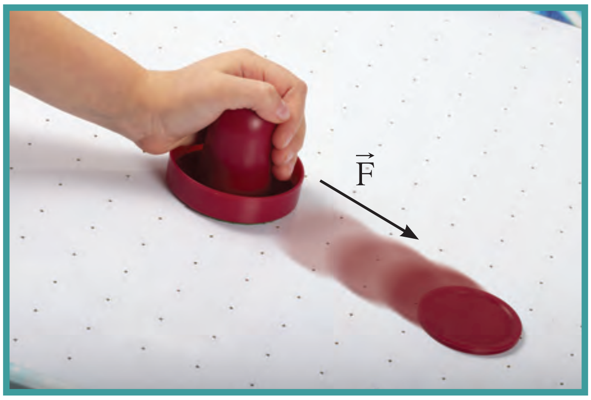
إستخدم الجدول (1) لإيجاد الطاقة الحركية الدورانية لعصا كتلتها $m = (500)g$ وطولها $(50)cm$ تدور حول محور يمرّ في نقطة الوسط بسرعة دورانية تساوي $(10)rad/s$.

الإجابة: $(0.52)J$

3. العلاقة بين الطاقة الحركية والشغل

Relation Between Kinetic Energy and Work

قرص كتلته m في الشكل (21) يتحرّك على طاولة هوائية نتيجة تأثير قوّة منتظمة $\vec{F}$.



(شكل 21)

يتحرّك القرص على الطاولة الهوائية نتيجة للقوّة $\vec{F}$ التي تسبّبها حركة اليد.

بما أنّ القوّة $\vec{F}$ هي قوّة منتظمة فإنّ حركة القرص حركة منتظمة العجلة (بعجلة موجبة a) بحسب القانون الثاني لنيوتن للحركة، ما يعني أنّ تأثير القوّة $\vec{F}$ على القرص أدّت إلى تغيّر سرعته من سرعة ابتدائية v_i إلى سرعة نهائية v_f. وبما أنّ كتلة القرص تحرّكت على الطاولة مسافة Δx فإنّ الشغل الناتج عن محصّلة قوى منتظمة $\sum\vec{F}$ خلال هذه الإزاحة يساوي:

$$W = \sum F \,.\, \Delta x = m.a.\Delta x$$

وكما درسنا سابقًا في الحركة الخطّية منتظمة العجلة، يمكننا أن نستخدم العلاقة التالية:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a.\Delta x \Rightarrow a.\Delta x = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2}$$

وبالتعويض في المعادلة: $W = \sum F \,.\, \Delta x = m.a.\Delta x$

نحصل على قانون الطاقة الحركية: $W = m\,\frac{v_f^2 - v_i^2}{2}$

$$\boxed{\begin{gathered} W = \frac{1}{2}\,m.v_f^2 - \frac{1}{2}\,m.v_i^2 \\ W = \Delta KE \end{gathered}}$$

قانون الطاقة الحركية

الشغل الناتج عن محصّلة القوّة الخارجية المؤثّرة في الجسم في فترة زمنية محدّدة يساوي التغيّر في طاقته الحركية في الفترة نفسها.

مثال (1)

إستخدم قانون الطاقة الحركية لإيجاد سرعة كرة سقطت من سكون من ارتفاع (50)cm عن سطح الأرض لحظة ارتطامها بالسطح.
(اَهمِل الاحتكاك مع الهواء واستخدم عجلة الجاذبية $g = (10)m/s^2$)

طريقة التفكير في الحلّ

1. **حلّل:** أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: الارتفاع: $h = (50)cm$

السرعة الابتدائية: $v_i = (0)m/s$

عجلة الجاذبية: $g = (10)m/s^2$

غير المعلوم:

السرعة لحظة الاصطدام بالأرض: $v_f = ?$

2. أُحسب غير المعلوم.

باستخدام قانون الطاقة الحركية الذي ينصّ على أنّ الشغل الناتج عن محصّلة القوى المؤثِّرة في فترة زمنية محدّدة يساوي التغيّر في الطاقة الحركية في الفترة نفسها:

$$W = \Delta KE$$

وبما أنّ القوّة الوحيدة المؤثِّرة في الجسم أثناء سقوطه في غياب الاحتكاك هي وزنه، نكتب:

$$m.g.h = \frac{1}{2}m.v_f^2 - \frac{1}{2}m.v_i^2$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$v_f^2 = 2g.h \Rightarrow v_f = \sqrt{0.5 \times 10 \times 2} = (3.162)m/s$$

3. **قيّم:** هل النتيجة مقبولة؟

مقدار السرعة لحظة الاصطدام مقبول عمليًّا ويتناسب مع المعطيات في المسألة.

4. الطاقة الكامنة Potential Energy

الطاقة الكامنة Potential Energy هي طاقة يختزنها الجسم وتسمح له بإنجاز شغل للتخلّص منها.

هناك طاقة كامنة داخل المركّبات الكيميائية وهي موجودة مثلًا في الفحم الحجري، وفي البطّاريات الكهربائية، وفي الغذاء الذي تتناوله وغيرها.

وتختزن الأجسام طاقة كامنة تثاقلية مرتبطة بموقعها بالنسبة إلى سطح مرجعي وطاقة كامنة مرنة تسمح للجسم المرن بالعودة إلى وضع مستقرّ بعد أن يتخلّص من طاقة أكسبته وضعًا جديدًا قد يكون انكماشًا أو استطالة.

مسألتان مع إجابات

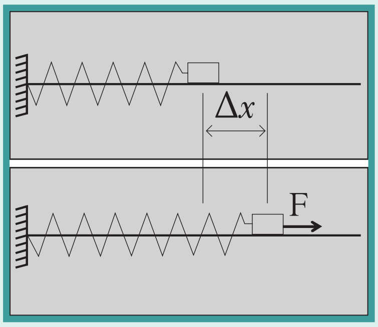
1. انزلق جسم من سكون من النقطة A على المستوى المائل الأملس، زاوية ميله 30° مع المستوى الأفقي، ليصل إلى النقطة B حيث $AB = (2)m$.
أُحسب سرعة الجسم عند النقطة B مستخدمًا قانون الطاقة الحركية، (علمًا أنّ $g = (10)m/s^2$).
الإجابة: $v_B = (4.47)m/s$

2. قُذف جسم كتلته (200)g من النقطة A رأسيًا إلى أعلى بسرعة ابتدائية $v_A = (20)m/s$ ليصل في غياب الاحتكاك إلى أقصى ارتفاع عند النقطة B.
(أ) أُحسب الطاقة الحركية للجسم عند نقطة الانطلاق A.
(ب) أُحسب الطاقة الحركية للجسم عند النقطة B.
(جـ) أُحسب المسافة التي قطعها الجسم في غياب الاحتكاك
الإجابات: (أ) (40)J
(ب) (0)J
(جـ) (20)m

1.4 الطاقة الكامنة المرنة Elastic Potential Energy

لنأخذ زنبركًا مثبَّتًا من أحد طرفيه ونسحبه بإزاحة Δx من موضع سكونه (شكل 22). الشغل المبذول عليه نتيجة القوّة المتغيّرة، التي تتناسب طرديًّا مع استطالته ودرسناها في الدرس السابق، تساوي: $W = \frac{1}{2}k\Delta x^2$ يُختزن هذا الشغل المبذول في الزنبرك على شكل طاقة كامنة مرنة تجعل الزنبرك يعود إلى وضعه الأصلي عند إفلاته. بالتالي يمكننا استنتاج أنّ اختزان الطاقة المرنة في الأجسام يحدث عند شدّها أو ضغطها أو ليّها وهي تساوي الشغل الذي بُذِل لتغيير وضعها من وضع مستقرّ إلى وضع الاستطالة أو الانكماش أو الليّ. يُحسب مقدار الطاقة الكامنة المرنة بالعلاقة التالية:

$$\boxed{PE_e = \frac{1}{2}k\,\Delta x^2}$$



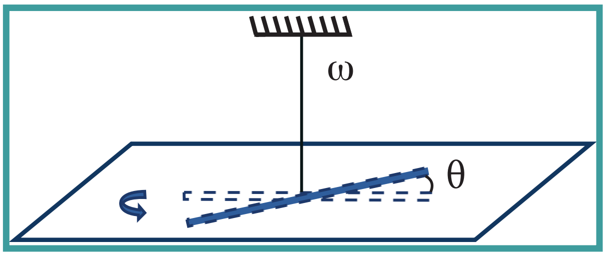
(شكل 22)

إنّ شدّ الزنبرك بقوّة يجعله يختزن طاقة كامنة مرنة تسمح له بالعودة إلى شكله السابق عند إزالة القوّة المؤثِّرة.

أمّا إذا تمّ ليّ جسم مثبّت إلى خيط مطّاطي مرن بإزاحة زاوية مقدارها $\Delta\theta$ من وضع سكون (شكل 23)، فإنّ الطاقة الكامنة المرنة المختزَنة في الخيط المطّاطي والتي تسمح للنظام بالعودة إلى وضعه الأوّلي تُحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{PE_e = \frac{1}{2}C\,\Delta\theta^2}$$

حيث C تساوي ثابت مرونة الجسم المرن والذي يعتمد على طول الخيط وسماكته وعلى الخصائص الميكانيكية للجسم المرن، وتُقاس بحسب النظام الدولي للوَحدات بوَحدة $N.m/rad^2$.



(شكل 23)

عند ليّ الجسم المثبّت بخيط مطّاطي مرن، فإنّ طاقة كامنة مرنة تُختزن بالخيط المطاطّي وتسمح للجسم بالعودة إلى وضعه السابق عند إزالة القوّة المسبِّبة لليّه.

2.4 الطاقة الكامنة (الوضع) التثاقلية

Gravitational Potential Energy

يكتسب جسم ما، إذا رُفِع إلى ارتفاع (h) عن سطح الأرض، طاقة كامنة تثاقلية في موقعه الجديد، وبالتالي يستطيع بذل شغل إذا سُمِح له بالسقوط. ولعلّ من أشهر الأمثلة على الطاقة الكامنة التثاقلية هي الشلّالات، فالمياه في أعلاها تملك طاقة كامنة تمكّنها من بذل شغل أثناء هبوطها.

بالتالي ، فإنّ الطاقة الكامنة في جسم في موقعه حدّدت قدرته على إنجاز شغل. لا بدّ إذًا من بذل شغل على الجسم لرفعه إلى موضع معيّن، فيكتسب بذلك طاقة كامنة. وبالتالي **الشغل المبذول على الجسم لرفعه إلى نقطة ما يساوي الطاقة الكامنة له عند هذه النقطة:**

$$+W = PE = F.h$$

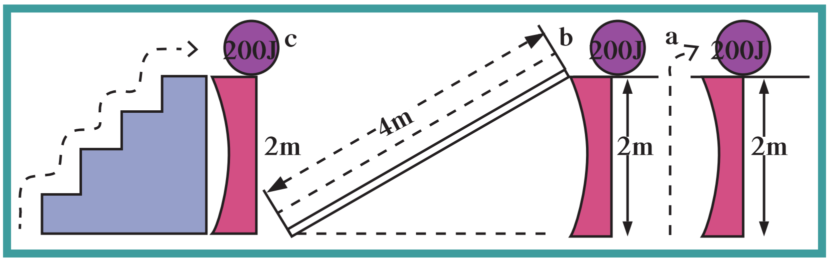
حيث تعبّر F عن مقدار القوّة المؤثّرة في الجسم وتُعادِل وزنه، وتعبّر h عن ارتفاع الجسم عن سطح الأرض.

$$\vec{F} = m.\vec{g}$$

$$\boxed{\therefore PE = m.g.h}$$

يُلاحَظ عند حساب الطاقة الكامنة التثاقلية أنّها تُنسَب إلى سطح الأرض، وبذلك تساوي طاقة الجسم الكامنة وهو على سطح الأرض $(h = 0)$ صفرًا. ويُسمّى مستوى سطح الأرض في هذه الحالة «المستوى المرجعي» أي المستوى الذي نبدأ منه قياس الطاقة الكامنة، وتساوي الطاقة الكامنة عنده صفرًا لأيّ جسم.

ومن المعروف أنّ تحديد «المستوى المرجعي» اختياري بحت، فأثناء وجودنا في مختبر المدرسة يمكننا اعتبار المستوى المرجعي هو أرضية المختبر، ونبدأ منها حساب الطاقة الكامنة، على الرغم من أنّ المختبر قد يكون في الطبقة الثانية من مبنى المدرسة، وعليه فإنّ الطاقة الكامنة التثاقلية ترتبط بارتفاع الجسم عن المستوى المرجعي كما في الشكل (24).



(شكل 24)

الطاقة الكامنة في حجر يزن N(100) تساوي J(200)، ويُلاحَظ أنّ ارتفاع الحجر عن الأرض (المستوى المرجعي) ثابت ويساوي m(2).

(a) رفع الحجر إلى الأعلى مرّة واحدة بقوّة N(100).

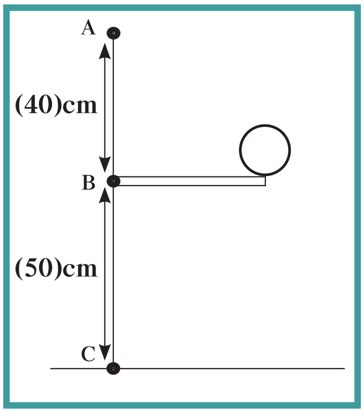
(b) رفع الحجر إلى الأعلى بقوّة N(50) على سطح مائل طوله m(4).

(c) رفع الحجر إلى الأعلى بقوّة N(100) لكلّ درجة سلّم ارتفاعها m(0.5).

نستنتج من الشكل (24) أنّ الطاقة الكامنة التثاقلية للحجر لا ترتبط بكيفية الوصول إلى ارتفاع معيّن، ولكن بالمسافة الرأسية بين هذا المكان والمستوى المرجعي.

مثال (2)

كرة كتلتها $m = (0.1)kg$ موضوعة على المستوى الأفقي المارّ بالنقطة B كما في الشكل (25).
إستخدم عجلة الجاذبية الأرضية $g = (10)N/kg$ ، واحسب الطاقة الكامنة التثاقلية للكرة بالنسبة إلى المستوى المرجعي B ، في كل من الحالات التالية:
(أ) عند المستوى الأفقي المارّ بالنقطة A الذي يرتفع عن المستوى الأفقي المارّ بالنقطة B مسافة (40)cm.
(ب) عند المستوى الأفقي المارّ بالنقطة B.
(جـ) عند المستوى الأفقي المارّ بالنقطة C الذي ينخفض عن المستوى الأفقي المارّ بالنقطة B مسافة (50)cm.



(شكل 25)

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $h_1 = (40)cm$ أعلى المستوى المرجعي
$h_2 = (50)cm$ أسفل المستوى المرجعي
كتلة الكرة: $m = (0.1)kg$
عجلة الجاذبية: $g = (10)N/kg$

غير المعلوم:
الطاقة الكامنة التثاقلية؟

2. أحسب غير المعلوم.

(أ) باستخدام معادلة حساب الطاقة الكامنة التثاقلية بالنسبة إلى مستوى أفقي وبالتعويض عن المقادير المعلومة في المعادلة، نحصل على:

$$PE_g = m.g.h$$

حيث تساوي h المسافة العمودية بين موقع الكرة والمستوى المرجعي المارّ بالنقطة B.

$$PE_g = + 0.1 \times 10 \times 0.4 = (+0.4)J$$

مقدار الطاقة الكامنة موجب لأنّ الكرة أعلى المستوى المرجعي B.

(ب) $h = (0)m$ لأنّ الكرة موجودة على المستوى المرجعي B وبالتالي $PE_g = (0)J$.

(جـ) بما أنّ الكرة موجودة أسفل المستوى المرجعي B المارّ بالنقطة C وعلى بعد $h_2 = (50)cm$ ، فإنّ طاقة الوضع تساوي:

$$PE_g = -0.1 \times 10 \times 0.5 = (-0.5)J$$

مقدار الطاقة الكامنة سالب لأنّ الكرة أسفل المستوى المرجعي

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟
الطاقة الكامنة التثاقلية قد تكون موجبة المقدار أو سالبة بحسب موضع الجسم بالنسبة إلى المستوى المرجعي.

3.4 التغيّر في طاقة الوضع التثاقلية
Change in Gravitational Potential Energy

إنّ التغيّر في طاقة الوضع التثاقلية لجسم ΔPE_g هي نتيجة تغيّر موضع مركز ثقل الجسم رأسيًّا بين نقطتين بالنسبة إلى المستوى المرجعي الأفقي، أي أنّ:

$$\boxed{\Delta PE_g = PE_f - PE_i = mg(h_f - h_i) = mg\Delta h}$$

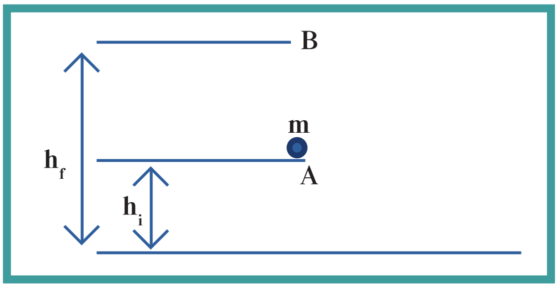
فإذا تحرّك مركز كتلة الجسم رأسيًّا إلى أعلى تكون $(h_f - h_i) > 0$ وبالتالي تكون $\Delta PE_g > 0$. أمّا الشغل المبذول من وزن الجسم خلال الإزاحة نفسها يكون $W = -mgh$، بينما إذا تحرّك مركز كتلة الجسم رأسيًّا إلى أسفل تكون $(h_f - h_i) < 0$ وبالتالي تكون $\Delta PE_g < 0$.
أمّا الشغل المبذول من وزن الجسم خلال الإزاحة نفسها يكون $W = +mgh$ وعليه يمكننا أن نلاحظ أن التغيّر في مقدار طاقة الوضع التثاقلية يساوي معكوس الشغل المبذول من وزن الجسم خلال الإزاحة العمودية $\Delta PE_g = -W_W$.

مثال (3)

الشكل (26) يوضّح كتلة مقدارها $(5)\,kg$ تمّ رفعها رأسيًا من النقطة A التي ترتفع $(2)\,m$ عن سطح الأرض إلى نقطة B التي ترتفع $(12)\,m$ عن سطح الأرض. (إستخدم $g = (10)\,m/s^2$).
(أ) أحسب الشغل المبذول من وزن الجسم خلال الإزاحة من A إلى B.
(ب) أُحسب التغيّر في طاقة الوضع التثاقلية للجسم خلال تحريكه من A إلى B.
(جـ) قارِن بين الشغل المبذول للوزن والتغيّر في طاقة الوضع التثاقلية.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أُذكر المعلوم وغير المعلوم.
المعلوم: $h_i = (2)\,m$ عن المستوى المرجعي
$h_f = (12)\,m$ عن المستوى المرجعي
كتلة الجسم $m = (5)\,kg$
عجلة الجاذبية $g = (10)\,N/kg$
غير المعلوم: **(أ)** الشغل الناتج عن وزن الجسم؟
(ب) التغيّر في مقدار الطاقة الكامنة التثاقلية؟
(جـ) المقارنة بين الشغل والتغير في مقدار الطاقة الكامنة التثاقلية؟



(شكل 26)

مثال (3) (تابع)

2. أحسب غير المعلوم.

(أ) باستخدام معادلة الشغل وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta = m.g.h \cos 180$$
$$= 5 \times 10 \times (10)(-1) = (-500)J$$

(ب) باستخدام معادلة التغيّر في مقدار الطاقة الكامنة التثاقلية بالنسبة إلى مستوى أفقي وبالتعويض عن المقادير المعلومة في المعادلة، نحصل على:

$$\Delta PE_g = m.g\,(h_f - h_i) = 5 \times 10 \times (12 - 2) = (+500)J$$

(جـ) بالمقارنة بين الإجابات في كلّ من الجزئين السابقين نستنتج أنّ: $\Delta PE_g = -W$

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

النتيجة مقبولة لأنّها تؤكّد ما سبق شرحه.

5. الطاقة الميكانيكية Mechanical Energy

تمثّل الطاقة الميكانيكية لجسم أو نظام ما بالطاقة اللازمة لتغيير موضعه أو تعديله وهي تساوي مجموع طاقة الجسم الحركية وطاقته الكامنة.

تمثَّل الطاقة الميكانيكية بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{ME = KE + PE}$$

مراجعة الدرس 1-2

أوّلًا – أذكر قانون الطاقة الحركية.

ثانيًا – أحسب الطاقة الحركية لسيّارة كتلتها (1500)kg تتحرّك على طريق أفقية بسرعة (72)km/h.

ثالثًا – أحسب الطاقة الكامنة التثاقلية لكرة صغيرة كتلتها (100)g موجودة على ارتفاع (80)cm عن سطح الأرض. إستعمِل عجلة الجاذبية الأرضية g = (10)N/kg.

رابعًا – تفّاحة كتلتها (150)g موجودة على غصن ارتفاعه (3)m عن سطح الأرض الذي يُعتبَر السطح المرجعي للطاقة الكامنة التثاقلية.

(أ) أحسب الطاقة الحركية للتفّاحة أثناء وجودها على الغصن.

(ب) أحسب الطاقة الكامنة التثاقلية للتفّاحة وهي معلّقة على الغصن.

(جـ) إستخدم قانون الطاقة الحركية لتجد سرعة التفّاحة بعد سقوطها مسافة (2)m من موضعها في غياب الاحتكاك مع الهواء.

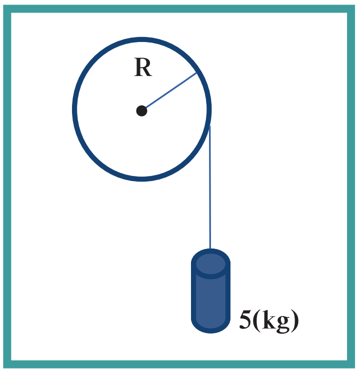
(د) أحسب الطاقة الميكانيكية للتفّاحة عند وجودها على بُعد (2)m أسفل موضعها الابتدائي.

(هـ) أحسب مقدار الطاقة الحركية للتفّاحة لحظة اصطدامها بالأرض في غياب الاحتكاك مع الهواء.

مراجعة الدرس 1-2 (تابع)

خامسًا – كتلة مقدارها $(5)kg$ رُبِطت بخيط عديم الكتلة يمرّ في تجويف بكرة كتلتها $(2)kg$، ونصف قطرها $(25)cm$، مثبّتة لتدور من دون احتكاك حول محور يمرّ بمركزها (شكل 27). في لحظة $t = 0$ أُفلِت الجسم من ارتفاع $(1.5)m$ من سكون ليسقط باتّجاه سطح الأرض جاعلًا البكرة تدور بسرعة زاوية ω حول محورها.
علمًا أنّ القصور الذاتي الدوراني للبكرة يساوي $I = \frac{1}{2}mr^2$.

(أ) أكتب معادلة الطاقة الحركية للنظام المؤلّف من الكتلة والبكرة عند زمن t.



(شكل 27)

(ب) أكتب معادلة الشغل الناتج عن وزن الجسم الساقط.

(جـ) ما مقدار الشغل الناتج عن وزن البكرة حول المحور الحامل للنظام؟

(د) إستخدم قانون الطاقة الحركية لحساب سرعة الجسم لحظة ارتطامه بالأرض.

سادسًا – إطار درّاجة قصوره الذاتي الدوراني $I = (20)kg.m^2$ يدور حول محور عمودي يمرّ في مركزه بسرعة زاوية مقدارها $(20)rad/s$ تعرّض لقوّة احتكاك مماسّية أدّت إلى انخفاض سرعته إلى سرعة زاوية مقدارها $(10)rad/s$.

(أ) أحسب الطاقة الحركية الدورانية الابتدائية لإطار الدرّاجة.

(ب) أحسب التغيّر في مقدار الطاقة الحركية الدورانية للإطار بعد تأثير قوّة الاحتكاك عليها.

(جـ) إستخدم قانون الطاقة الحركية لحساب مقدار الشغل الناتج عن قوّة الاحتكاك المبذولة على الإطار.

الدرس 1-3

حفظ (بقاء) الطاقة
Conservation of Energy

الأهداف العامة

- يعرّف الطاقة الميكانيكية الماكروسكوبية.
- يعرّف الطاقة الداخلية للنظام.
- يعرّف مفهوم الطاقة الكلّية.
- يعرّف قانون حفظ (بقاء) الطاقة الكلّية في الأنظمة المعزولة.
- يستنتج قانون حفظ (بقاء) الطاقة الميكانيكية في الأنظمة المعزولة.
- يستنتج شغل قوى الاحتكاك في غياب حفظ (بقاء) الطاقة الميكانيكية في الأنظمة المغلقة.

(شكل 28)
توليد الكهرباء باستخدام سقوط المياه من السدود.

لقد ختمنا درسنا السابق بتعريف الطاقة الميكانيكية التي تساوي مجموع الطاقة الكامنة والطاقة الحركية. وفي هذا الدرس سنتعمّق أكثر في مفهوم الطاقة الميكانيكية وسنكتشف في سياقه أنّها تنقسم إلى قسمين: طاقة ميكانيكية ماكروسكوبية وطاقة ميكانيكية ميكروسكوبية.

وسنتعرّف مفهوم الطاقة الكلّية ومبدأ حفظ (بقاء) الطاقة وتحوّلها من شكل إلى آخر من دون أن تتولّد أو تفقد، وسنكتشف أهمّية استخدام هذا المبدأ في تفسير مسائل فيزيائية كثيرة وحلّها.

1. الطاقة الميكانيكية الماكروسكوبية

Macroscopic Mechanical Energy

يوصف الجسم عندما يملك أبعادًا يمكن قياسها ورؤيتها بالعين بالجسم الماكروسكوبي ، فيما توصف تلك الأجسام الصغيرة جدًّا التي لا تُرى بالعين المجرّدة بالأجسام الميكروسكوبية . تجدر الإشارة إلى أن كلّ الأجسام التي تناولناها سابقًا هي أجسام ماكروسكوبية .

عندما يتحرّك جسم ماكروسكوبي بسرعة خطّية v، نقول إنّ هذا الجسم يمتلك طاقة حركية ماكروسكوبية تُحسب بالعلاقة التي درسناها سابقًا:

$$\boxed{KE = \frac{1}{2} m.v^2}$$

أمّا إذا وُضِع هذا الجسم الماكروسكوبي على ارتفاع محدّد من مستوى مرجعي فيختزن طاقة كامنة ماكروسكوبية (طاقة وضع تثاقلية) يُعبَّر عنها بالعلاقة التالية:

$$\boxed{PE_g = m.g.h}$$

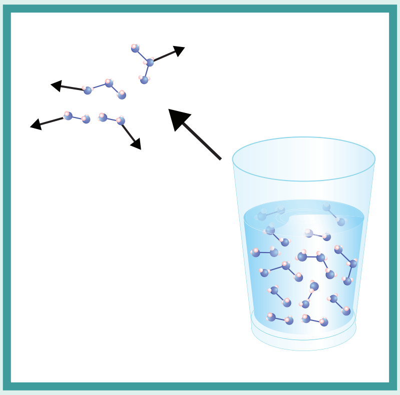
وتختزن الأجسام الماكروسكوبية المرنة طاقة كامنة ماكروسكوبية (طاقة وضع مرونية) تُحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{PE_e = \frac{1}{2} k.x^2}$$

وإنّ مجموع الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للجسم الماكروسكوبي يُسمّى الطاقة الميكانيكية الماكروسكوبية ME_{macro}

$$\boxed{ME_{macro} = KE_{macro} + PE_{macro}}$$

وهي تساوي الطاقة الميكانيكية التي عرفناها في الدروس السابقة ولا تختلف عنها ، لهذا سنعتمد في سياق الدرس تسميتها طاقة ميكانيكية من دون الإشارة إلى أنّها ماكروسكوبية ، ولأنّ الطاقة الميكروسكوبية التي سنتناولها سنُطلِق عليها اسم الطاقة الداخلية تسهيلًا لاستخدامها ومنعًا للخلط بين ماكرو وميكرو .



(شكل 29)
الطاقة الحركية الميكروسكوبية هي جزء من الطاقة الداخلية . قوى التجاذب بين الجزيئات ترتبط بطاقة الوضع .

2. الطاقة الميكانيكية الميكروسكوبية (الطاقة الداخلية) U

Microscopic Mechanical Energy

هل يختزن كوب الماء الموضوع على الطاولة طاقة (شكل 29)؟ ما رأيك لو نظرْتَ إليه من وجهة نظر مقاييس ذرّية ميكروسكوبية؟ هل تعتقد أنّ جزيئاته متحرّكة أو ساكنة؟ هل نتجت طاقة كامنة عن قوى التجاذب بين جزيئاته؟

تتألّف الأجسام الصلبة أو السائلة أو الغازية من جزيئات تتحرّك عشوائيًّا وبشكل دائم. تزداد سرعة تحرّك هذه الجزيئات بارتفاع درجة حرارة الجسم. الذي تسبّبه الطاقة الحركية الميكروسكوبية .

وتغيّر الروابط بين الجزيئات في حال تغيّرت حالة المادّة في نظام ما، كانصهار الجليد مثلًا. الطاقة التي تتبادلها جسيمات النظام وتؤدّي الى تغيير حالته بتغيير طاقة الربط بين أجزائه تسمى بالطاقة الكامنة الميكروسكوبية وتنتج هذه الطاقة عن مختلف التأثيرات بين جسيمات النظام.

أمّا الطاقة الميكانيكية الميكروسكوبية فتساوي مجموع الطاقة الحركية الميكروسكوبية المكوّنة لجسيمات النظام والطاقة الكامنة الميكروسكوبية الناتجة عن مختلف التأثيرات بين جسيمات النظام:

$$ME_{micro} = KE_{micro} + PE_{micro} = U$$

الطاقة الميكانيكية الميكروسكوبية للنظام تُسمّى بالطاقة الداخلية ويُرمَز لها بالحرف اللاتيني U **وهي مجموع طاقات الوضع والحركة لجسيمات النظام**.

وفي سياق الدرس سنعتمد مصطلح الطاقة الداخلية U بدلًا من استخدام الطاقة الميكانيكية الميكروسكوبية ME_{micro} منعًا للالتباس بين ميكرو وماكرو كما أشرنا سابقًا.

3. حفظ (بقاء) الطاقة الكلّية

Conservation of Total Energy

الطاقة الكلّية E لنظام ما: **هي مجموع الطاقة الداخلية U والطاقة الميكانيكية ME** وتتمثّل بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{E = ME + U}$$

(شكل 30)

هرمان فون هلمهولتز (1821 – 1894)

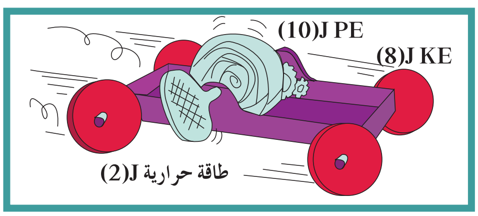
طبيب وفيزيائي ألماني حقّق إنجازات هامّة في مجال الفيزياء وفي مواضيع مختلفة منها حفظ الطاقة، الديناميكا المائية، الديناميكا الكهربائية ووضع نظريات في الكهرباء، كما كان له إسهامات مهمّة في مجال البصريات إلى جانب دراسة الأرصاد الجوّية.

العالم الألماني هرمان فون هلمهولتز Hermann von Helmholtz (شكل 30) هو أوّل من تناول موضوع حفظ (بقاء) الطاقة الكلّية عندما قال إنّ الطبيعة تحتوي على مصادر طاقة لا يمكن بأيّ طريقة أن تزيد أو تنقص، وكذلك كتب عالم الرياضيات الفرنسي بوانكاريه Poincare في أوائل القرن التاسع عشر أنّ هناك شيء ثابت لا يتغيّر هو الطاقة.

في الأنظمة المعزولة المغلقة التي لا تتبادل طاقة مع محيطها تكون الطاقة الكلّية محفوظة. تحدث فقط تحوّلات للطاقة من شكل إلى آخر وهذا ما يُسمّى بقانون حفظ (بقاء) الطاقة وينصّ على:

"الطاقة لا تفنى ولا تستحدث من عدم، ويمكن داخل أيّ نظام معزول أن تتحوّل من شكل إلى آخر، فالطاقة الكلّية للنظام ثابتة لا تتغيّر".

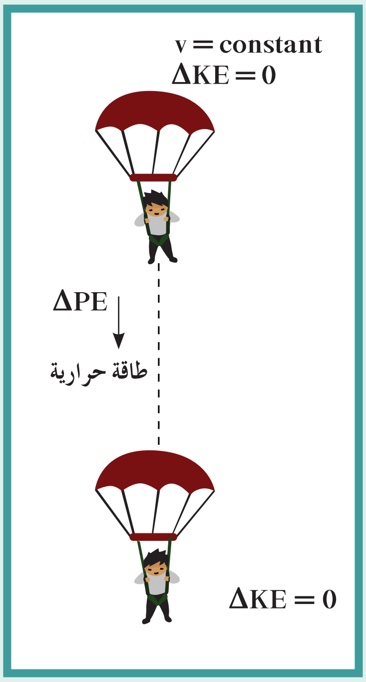
وتوضح أمثلة متعدّدة معنى حفظ (بقاء) الطاقة الكلّية، ففي الشكل (31) نجد أنّ جزءًا من الطاقة الكامنة المرنة يتحوّل إلى طاقة حركية، ويتحوّل الجزء الباقي إلى طاقة حرارية نتيجة الاحتكاك. بالتالي، فإنّ الطاقة الكلّية للنظام المعزول المؤلّف من الأرض والسيّارة، والهواء المحيط لم تتغيّر.



(شكل 31)

ليس هناك فقدان للطاقة، لأن الطاقة الكامنة المرنة (PE) قد تحوّلت إلى طاقة حركية (KE) وطاقة حرارية.

كذلك إذا أخذنا نظامًا معزولًا مؤلّفًا من مظلّي والأرض والهواء المحيط (شكل 32)، نُلاحِظ أنّ المظلّي الذي يهبط باستخدام المظلّة، يصل إلى سرعة حدّية ثابتة أي إلى طاقة حركية ثابتة لا تتغيّر، فيما تتناقص الطاقة الكامنة (الوضع) التثاقلية، وبالتالي تتناقص طاقته الميكانيكية ما يفسّر سبب ارتفاع درجة حرارة الهواء المحيط والمظلّة بحيث يتحوّل الجزء المفقود من الطاقة الكامنة التثاقلية المتناقصة إلى طاقة حرارية تؤدّي إلى إرتفاع درجة حرارة المظلّة والهواء المحيط. تؤكّد هذه الأمثلة أنّ الطاقة الكلّية لنظام معزول محفوظة دائمًا لا تفنى ولا تزيد.



(شكل 32)
الطاقة الحركية ثابتة ويتحوّل الانخفاض في الطاقة الكامنة التثاقلية إلى طاقة حرارية.

4. حفظ (بقاء) الطاقة الميكانيكية في نظام معزول
Conservation of Mechanical Energy in an Energy Isolated System

الطاقة الكلّية كما ذكرنا سابقًا هي مجموع الطاقة الميكانيكية والطاقة الداخلية، والتغيّر في الطاقة الكلّية يساوي مجموع التغيّر في الطاقة الميكانيكية والتغير في الطاقة الداخلية، أي أنّ:

$$\boxed{\Delta E = \Delta ME + \Delta U}$$

فلنأخذ نظامًا معزولًا مؤلّفًا من الأرض والكرة، ولندرس الطاقة الميكانيكية للكرة أثناء سقوطها سقوطًا حرًّا (شكل 33).

الطاقة الكلّية للنظام محفوظة، أي أنّ $\Delta E = 0$، وبإهمال الاحتكاك مع الهواء، نستنتج أنّ الطاقة الداخلية للنظام لا تتغيّر، أي أنّ $\Delta U = 0$. هذا يعني أنّ **الطاقة الميكانيكية للنظام ثابتة لا تتغيّر بإهمال قوى الاحتكاك مع الهواء** ($\Delta U = 0$)، أي أنّ $\Delta ME = 0$.

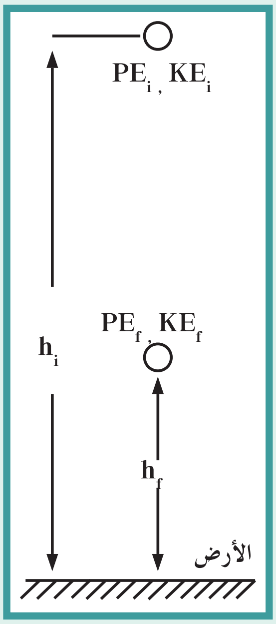
وهذا يعني أنّ:

$$ME_i = ME_f$$

$$KE_i + PE_i = KE_f + PE_f$$

$$PE_f - PE_i = -(KE_f - KE_i)$$

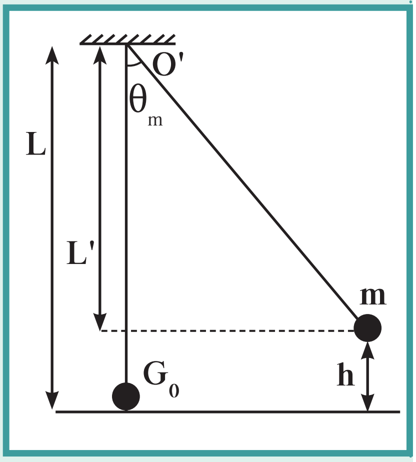
$$\boxed{\Delta PE = -\Delta KE}$$



(شكل 33)
عند سقوط الكرة، تقلّ الطاقة الكامنة التثاقلية وتزداد الطاقة الحركية.

في الأنظمة المعزولة عندما تكون الطاقة الميكانيكية محفوظة يمكننا أن نستنتج أنّ التغيّر في الطاقة الكامنة (الوضع) يساوي معكوس التغير في الطاقة الحركية.

إنّ دراسة التبادل بين الطاقة الحركية وطاقة الوضع التثاقلية في غياب الاحتكاك في حركة البندول هي أحد الأمثلة والتطبيقات على مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية في الأنظمة المعزولة.
فالبندول البسيط هو نظام ميكانيكي يظهر حركة دورية ويتألّف من كتلة صغيرة m عُلِّقت في خيط طوله L، خفيف الكتلة مقارنة بالكتلة المعلّقة، رُبط طرفه الآخر بحامل عند النقطة O' كما هو مبيّن في الشكل (34).
إنّ سحب البندول البسيط من موضع الاستقرار ليصنع زاوية θ_m وليرتفع مسافة h عن المستوى الأفقي المارّ بمركز كتلته G_0 عند موضع الاستقرار يجعله يكتسب طاقة وضع تثاقلية تتمثّل بالمعادلة التالية:



(شكل 34)

1. $PE_g = mgh$ حيث:

$$\cos\theta = \frac{L'}{L}$$

$$\because L' = L\cos\theta$$

2. $\because h = L - L'$

بالتعويض في المعادلة 2،

$$\therefore L' = L\cos\theta_m \Rightarrow h = L - L\cos\theta_m$$

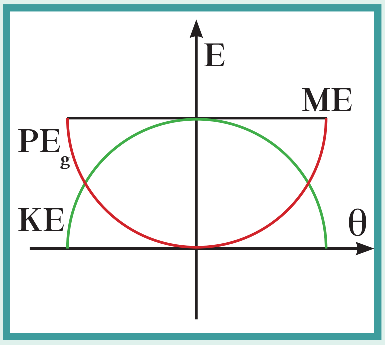
$$\therefore h = L(1-\cos\theta_m)$$

$$\therefore PE_g = mgL(1-\cos\theta_m)$$

وبالتعويض في المعادلة 1، وبما أنّ البندول في هذه الحالة ساكن (لا يتحرّك)، فإنّ طاقته الحركية تساوي صفرًا، وعليه نستنتج أنّ الطاقة الميكانيكية للنظام تساوي:

$$ME = PE_g = mgL(1-\cos\theta_m)$$

وبعد إفلات البندول من السكون، وفي أيّ لحظة بين نقطة الإفلات والنقطة G_0 يكتسب البندول البسيط طاقة حركية ويخسر جزءًا من طاقة الوضع التثاقلية، وعليه نكتب الطاقة الميكانيكية في هذه اللحظة:



(شكل 35)

$$ME = \frac{1}{2}mv^2 + mgL(1-\cos\theta)$$

وعندما يصل البندول إلى النقطة G_0 تصبح طاقة وضعه التثاقلية تساوي الصفر وتصبح طاقته الحركية قيمة عظمى وتساوي:

$$KE_{max} = \frac{1}{2}mv^2$$

وتصبح الطاقة الميكانيكية تتمثّل بالمعادلة:

$$ME_{G_0} = \frac{1}{2}mv^2$$

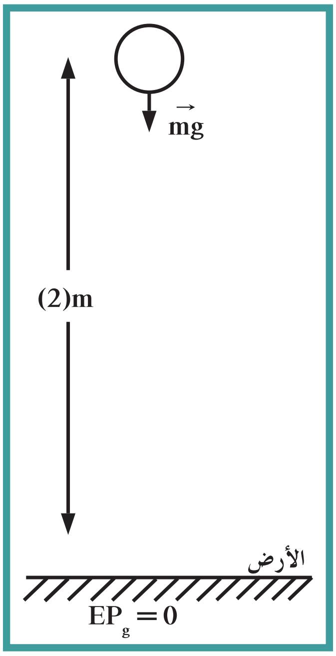
إنّ غياب الاحتكاك حول النقطة O' ومع الهواء، يجعل الطاقة الميكانيكية للنظام محفوظة أي أنّ:

$$ME = ME_{G_0}$$

إنّ تبادل الطاقة الحركية وطاقة الوضع التثاقلية بغياب الاحتكاك بدلالة تغيّر الزاوية θ يمكن تمثيلها بيانيًّا بالشكل (35)، حيث يمثّل الخطّ الأفقي حفظ الطاقة الميكانيكية، بينما يمثّل المنحنى الأخضر تغيُّر الطاقة الحركية التي تساوي صفرًا عندما يكون للزاوية θ أكبر مقدار، بينما يمثّل المنحنى الأحمر طاقة الوضع التثاقلية والتي تساوي صفرًا عند موضع الاستقرار G_0 حيث يكون مقدار h مساويًا لصفر.

مثال (1)

كرة موجودة على ارتفاع (2)m من سطح الأرض الذي يُعتبَر مستوًى مرجعيًّا سقطت من سكون في غياب الاحتكاك لتصطدم بالأرض (شكل 36). إِستخدم قانون حفظ (بقاء) الطاقة الميكانيكية لحساب سرعة الكرة لحظة الاصطدام علمًا أنّ عجلة الجاذبية الأرضية $g = (10)N/kg$.



(شكل 36)

طريقة التفكير في الحلّ

1. **حلّل:** أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $h = (2)m$ عن المستوى المرجعي

عجلة الجاذبية $g = (10)N/kg$

غير المعلوم:

سرعة الاصطدام بالأرض $v_f = ?$

2. **أُحسب غير المعلوم.**

في غياب الاحتكاك مع الهواء، الطاقة الميكانيكية للنظام (الكرة – الأرض) محفوظة، أي أنّ:

الطاقة الكامنة التثاقلية تقلّ والطاقة الحركية تزداد.

$$\Delta ME = 0$$

$$ME_i = ME_f$$

$$KE_i + PE_i = KE_f + PE_f$$

وبما أنّ السرعة الابتدائية تساوي صفرًا، فإنّ $KE_i = 0$.

وعند وصول الكرة إلى الأرض يكون الارتفاع يساوي صفرًا، أي $PE_f = 0$.

وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$0 + m.g.h = \frac{1}{2} m.v_f^2 + 0$$

$$v_f = \sqrt{2g.h} = \sqrt{40} = (6.32)m/s$$

3. **قيّم:** هل النتيجة مقبولة؟

معادلة مقدار السرعة v هي نفسها التي توصّلنا إليها في الدرس السابق باستخدام قانون الطاقة الحركية وهذا يؤكّد صحّة الحلّ بالإضافة إلى أنّ الإجابة منطقية ومقبولة وتتناسب مع المقادير المعطاة.

5. عدم حفظ الطاقة الميكانيكية في نظام معزول

Non Conservation of Mechanical Energy in Energy Isolated System

كما ذكرنا سابقًا إنّ الطاقة الكلّية للنظام هي مجموع الطاقة الداخلية U والطاقة الميكانيكية ME، وإنّ التغيّر في الطاقة الكلّية يكون نتيجة التغيّر في الطاقة الداخلية أو الميكانيكية أو الاثنين معًا.

$$\boxed{\Delta E = \Delta ME + \Delta U}$$

ومع حفظ الطاقة الكلّية للنظام المعزول $\Delta E = 0$، نستنتج أنّ التغيّر في الطاقة الميكانيكية يساوي معكوس التغيّر في الطاقة الداخلية أي أنّ:

$$\boxed{\Delta ME = -\Delta U}$$

وبما أنّ الشغل الناتج عن قوى الاحتكاك المؤثّرة على أجزاء النظام تتحوّل إلى طاقة داخلية في النظام تعمل على تغيير درجة حرارته أو حالته الفيزيائية أو الاثنين معًا على التتابع، فإنّه من الممكن أن نستبدل مقدار الطاقة الداخلية ΔU في المعادلة السابقة بمقدار الشغل الناتج عن قوة الاحتكاك لنكتب المعادلة:

$$\boxed{\Delta ME = -W_f}$$

أي أنّ التغيّر في الطاقة الميكانيكية في نظام معزول يساوي الشغل الناتج عن مجموع قوى الاحتكاك $\sum f$ المؤثّرة في النظام.
وباعتبار قوة الاحتكاك قوة ثابتة المقدار، نستنتج أنّ التغيّر في مقدار الطاقة الميكانيكية يتمثّل بالمعادلة:

$$\boxed{\Delta ME = -f \times d}$$

حيث تمثّل f مقدار قوة الاحتكاك وتمثّل d مقدار الإزاحة.

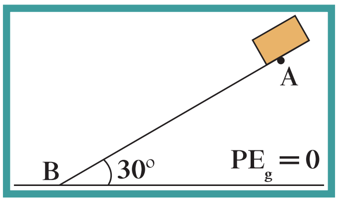
مسألة مع إجابة

1. ما مقدار الطاقة الكامنة التثاقلية لحجر وزنه $(8)N$ وُضِع على ارتفاع $(6)m$ عن سطح الأرض؟
وما مقدار الطاقة التي يفقدها الجسم عندما يُصبِح على ارتفاع $(4.5)m$ عن سطح الأرض؟
الإجابة: $(48)J$، $(-12)J$

مثال (2)

صندوق صغير كتلته $m = (100)g$ أُفلِت من سكون من النقطة A على المستوى المائل الخشن $AB = (4)m$ الذي يصنع زاوية ميل α مع المستوى الأفقي مقدارها 30^o كما في الشكل (37).
أُحسب مقدار قوّة الاحتكاك على المستوى المائل إذا ما وصل الصندوق إلى النقطة B عند نهاية المستوى المائل بسرعة مقدارها $v_B = (6)m/s$. اِعتبِر أنّ قوّة الاحتكاك قوّة ثابتة وأنّ $(g = (10)N/kg)$

مثال (2) (تابع)



(شكل 37)

طريقة التفكير في الحلّ

1. **حلِّل:** أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: كتلة الصندوق: $m = (0.1)kg$

زاوية ميل المستوى المائل: $\alpha = 30^o$

السرعة الابتدائية: $v_A = (0)m/s$

السرعة عند النقطة B: $v_B = (6)m/s$

طول المستوى $AB = (4)m$

غير المعلوم:

مقدار قوّة الاحتكاك $f = ?$

2. **أحسب غير المعلوم.**

في وجود قوّة الاحتكاك بين الصندوق والمستوى المائل، نقول إنّ الطاقة الميكانيكية للنظام المعزول (الصندوق – الأرض) غير محفوظة $\Delta ME \neq 0$.

وبالتالي $\Delta ME = -\Delta U$

وبما أنّ الطاقة الداخلية هي نتيجة الشغل الناتج عن قوّة الاحتكاك فإنّ مقدارها يساوي مقدار الشغل الناتج عن قوّة الاحتكاك، أي $\Delta U = W_f$

ولهذا نكتب:

$$ME_f - ME_i = -W_f$$

لنفترض أنّ قوّة الاحتكاك قوّة منتظمة معاكِسة لاتّجاه الحركة نحصل على:

$$(\frac{1}{2}m.v^2_f + m.g.h_f) - (\frac{1}{2}m.v^2_i + m.g.h_i) = (f \times AB \times \cos 180)$$

وبالتعويض عن $v_i = 0$ لأنّ الصندوق انطلق من سكون وعن $h_f = 0$ ولأنّ الصندوق عند النقطة B يكون على المستوى المرجعي، نكتب:

$$(\frac{1}{2}m.v^2_f + 0) - (0 + m.g.h_i) = (f \times AB \times \cos 180)$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة الأخرى وحيث: $h_i = AB \sin 30 = (2)m$ نحصل على:

$$(\frac{1}{2} \times 0.1 \times 36) - (0.1 \times 10 \times 2) = -f \times 4$$

$$-0.2 = -4f$$

$$\therefore f = \frac{0.2}{4} = (0.05)N$$

3. **قيِّم:** هل النتيجة مقبولة؟

مقدار قوّة الاحتكاك معقول ويمكن التحقّق منه باستخدام قانون الطاقة الحركية.

مسألتان مع إجابات

1. أُحسب سرعة انطلاق جسم كتلته $(50)g$ موضوع على سطح أملس ملاصق لزنبرك موضوع أفقيًّا على السطح نفسه بحيث تساوي الطاقة الكامنة التثاقلية صفرًا، ومضغوط عن طوله الأصلي بإزاحة قدرها $(20)cm$، علمًا أنّ ثابت المرونة للزنبرك يساوي $k = (100)N/m$.

الإجابة: $(8.94)m/s$

2. أُكتب معادلة تعبّر عن الطاقة الكلّية للنظام في الحالتين التاليتين:

(أ) طاقة داخلية ثابتة وطاقة ميكانيكية متغيّرة.

(ب) طاقة داخلية متغيّرة وطاقة ميكانيكية ثابتة.

الإجابة: **(أ)** $\Delta E_T = \Delta ME$

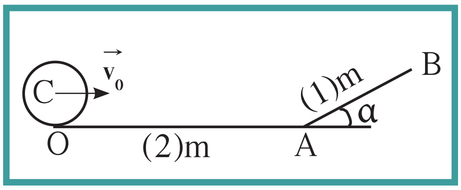
(ب) $\Delta E_T = \Delta U$

مراجعة الدرس 1-3

أولًا – عرِّف الطاقة الكلّية.

ثانيًا – قارِن بين الطاقة الداخلية والطاقة الميكانيكية لنظام ما.

ثالثًا – الجسم c الموضّح في الشكل (38) كتلته $m = (0.1)kg$ يستطيع أن يتحرّك على المستوى الخشن حيث تكون قوّة الاحتكاك ثابتة المقدار وتساوي $(0.5)N$ على طول المسار المؤلّف من مسار أفقي OA وطوله $(2)m$ والمسار $AB = (1)m$ المائل بالنسبة إلى المستوى الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$.



(شكل 38)

فإذا أُطلِق c بسرعة ابتدائية v_0 من النقطة O.

واعتبرنا المستوى الأفقي المارّ بالنقطة O هو المستوى المرجعي بحيث تساوي الطاقة الكامنة التثاقلية صفرًا، وعجلة الجاذبية الأرضية $g = (10)N/kg$.

(أ) اِستخدم قانون الطاقة الحركية لتجد علاقة رياضية بين السرعة الابتدائية v_0 والسرعة v_A عند مرور الجسم بالنقطة A.

(ب) اِستنتج السرعة الابتدائية v_0 إذا بلغت سرعة الجسم لحظة وصوله إلى النقطة B $v_B = (1)m/s$.

رابعًا – أُفلِت الجسم S الموضّح في الشكل (39) وكتلته $m = (100)g$ من النقطة A على المسار ABC. AB مستوى مائل أملس يصنع زاوية 30° مع المستوى الأفقي الذي يبلغ طوله L_1، في حين أنّ المستوى الأفقي BC خشن وقوّة الاحتكاك ثابتة تساوي $f = (0.1)N$ ويبلغ طوله L_2.

(أ) إذا كانت سرعة الجسم لحظة مروره بالنقطة B تساوي $(4)m/s$، اِستخدم قانون حفظ (بقاء) الطاقة الميكانيكية لإيجاد طول الجزء AB من المسار.

(ب) أكمَل الجسم مساره على المسار BC ليتوقّف عند النقطة C. أحسب طول المسار BC.

خامسًا – الجسم c الموضّح في الشكل (40) كتلته $m = (200)g$ يستطيع أن يتحرك من دون احتكاك على المستوى المائل الأملس الذي يصنع زاوية 30° درجة مع المستوى الأفقي.

أُطلِق الجسم في اللحظة $t = (0)s$ من النقطة O على المستوى المائل بسرعة ابتدائية $v_0 = (4)m/s$.

مسألة مع إجابات

كتلة نقطية مقدارها $(10)g$ أُطلِقت رأسيًا إلى أعلى من النقطة 0 بسرعة ابتدائية v_0 مقدارها $(10)m/s$. أهمِل احتكاك الهواء.

(أ) أحسب الطاقة الميكانيكية للكتلة عند النقطة 0 علمًا أنّ المستوى المارّ بالنقطة 0 هو المستوى المرجعي.

(ب) اِستنتِج مقدار الطاقة الميكانيكية عند أعلى نقطة تصل إليها الكتلة.

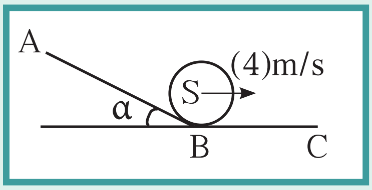
(جـ) اِستنتِج الارتفاع الأقصى الذي تصل إليه الكتلة.

الإجابات:

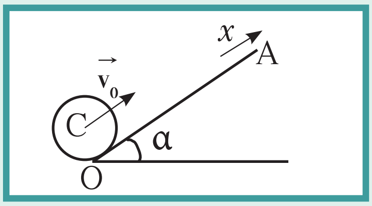
(أ) $(0.5)J$

(ب) $(0.5)J$

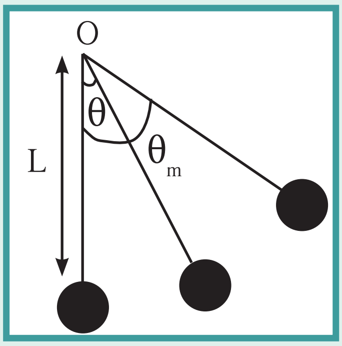
(جـ) $(5)m$



(شكل 39)



(شكل 40)



(شكل 41)

مراجعة الدرس 1-3 (تابع)

حدِّد موضع الجسم في أيّ لحظة على المستوى المائل بالبعد $OA = x$. اِستخدم المستوى الأفقي المارّ بالنقطة O كمستوى مرجعي، وعجلة الجاذبية $g = (10)N/kg$.

(أ) أحسب الطاقة الميكانيكية للنظام.

(ب) أوجِد الصيغة الرياضية لطاقة الجسم الكامنة التثاقلية بدلالة البعد x.

(جـ) اِختر مقياس رسم مناسب ومثِّل بيانيًّا كلًّا من الطاقة الميكانيكية والطاقة الكامنة التثاقلية بدلالة البعد x.

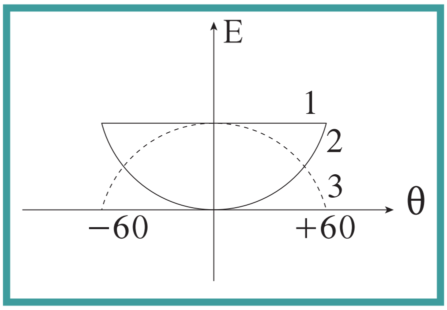
(د) أحسب ارتفاع الجسم عن المستوى الأفقي عندما تكون سرعته $(1)m/s$.

سادسًا – بندول بسيط مؤلَّف من كتلة نقطية مقدارها $m = (200)g$ معلَّقة بطرف خيط عديم الوزن غير قابل للتمدّد طوله $L = (1)m$ ومثبَّت من طرفه الآخر بالنقطة O على حامل كما في الشكل (41).

أُزيحت الكتلة من موضع الاستقرار مع إبقاء الخيط مشدودًا بزاوية $\theta_m = 60°$ وأُفلِتت من سكون للتحرّك حول المحور المارّ بالنقطة O.

(المستوى المارّ بمركز ثقل الجسم عند موضع الاتّزان يمثّل المستوى المرجعي للنظام (البندول، الحامل، الأرض).

بإهمال الاحتكاك وباستخدام أدوات مخبرية مناسِبة، تمّ رسم بيانيًّا كلًّا من الطاقة الميكانيكية، والحركية، والطاقة الكامنة التثاقلية للنظام (البندول، الحامل، الأرض) بدلالة الزاوية θ في الشكل (42).



(شكل 42)

(أ) حدِّد أيّ نوع من الطاقة يمثّلها كلّ من الرسوم البيانية الثلاثة معلِّلًا إجابتك.

(ب) اِستنتِج مقدار الطاقة الميكانيكية للنظام.

(جـ) أُكتب بالنسبة إلى الزاوية θ الصيغة الرياضية للطاقة الكامنة التثاقلية.

(د) أُكتب بالنسبة إلى الزاوية θ الصيغة الرياضية للطاقة الحركية.

(هـ) اِستنتِج رياضيًّا الزاوية التي تتساوى عندها الطاقة الحركية والطاقة الكامنة التثاقلية.

مراجعة الفصل الأوّل

المفاهيم

أنظمة معزولة	Isolated System	الشغل	Work
الطاقة	Energy	الطاقة الحركية	Kinetic Energy
الطاقة الداخلية	Internal Energy	الطاقة الكامنة	Potential Energy
الطاقة الكامنة (الوضع) التثاقلية	Gravitational Potential Energy	الطاقة الكامنة المرنة	Elastic Potential Energy
طاقة ميكانيكية ماكروسكوبية	Macroscopic Mechanical Energy	قوّة ثابتة	Constant Force
قوّة متغيّرة	Varying Force		

الأفكار الرئيسة في الفصل

- يحدث الشغل بإزاحة جسم في اتّجاه القوّة المؤثِّرة.
- الشغل الناتج عن أيّ قوّة منتظمة متّجهة $\vec{F}$ تسبّب إزاحة $\vec{AB}$ يُحسب بالعلاقة التالية:

$$W = \vec{F}.\vec{AB} = F \times AB \times \cos\theta$$

- الشغل الناتج عن قوّة متغيّرة يساوي المساحة تحت منحنى القوّة بدلالة الإزاحة.
- الطاقة هي المقدرة على إنجاز شغل.
- الطاقة الحركية هي الشغل الذي ينجزه الجسم بسبب حركته.
- قانون الطاقة الحركية: الشغل الناتج عن محصّلة القوّة الخارجية المؤثِّرة في الجسم في فترة زمنية محدّدة يساوي التغيير في طاقته الحركية في الفترة نفسها.
- الطاقة الكامنة هي طاقة يختزنها الجسم وتسمح له بإنجاز شغل للتخلّص منها.
- الطاقة الميكانيكية وتُسمّى أيضًا الطاقة الميكانيكية الماكروسكوبية ME_{macro} هي مجموع الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للجسم الماكروسكوبي.
- الطاقة الداخلية وتُسمّى أيضًا الطاقة الميكانيكية الميكروسكوبية تساوي مجموع الطاقة الحركية الميكروسكوبية المكوِّنة لجسيمات النظام، والطاقة الكامنة الميكروسكوبية الناتجة عن مختلَف التأثيرات بين جسيمات النظام.
- الطاقة الكلّية E لنظام ما هي مجموع الطاقة الداخلية U والطاقة الميكانيكية ME.
- ينصّ قانون حفظ الطاقة على التالي: "الطاقة لا تفنى ولا تُستحدث من عدم، ويمكن للطاقة داخل أيّ نظام معزول أن تتحوّل من شكل إلى آخر، فالطاقة الكلّية للنظام ثابتة لا تتغيّر".
- في الأنظمة المعزولة حيث تكون الطاقة الميكانيكية محفوظة نستنتج أنّ التغيّر في الطاقة الكامنة يساوي معكوس التغيّر في الطاقة الحركية.
- عند وجود قوى احتكاك في نظام معزول، التغيّر في الطاقة الميكانيكيّة لنظام ما يساوي معكوس التغيّر في الطاقة الداخلية.

خريطة مفاهيم الفصل

استخدم المصطلحات الموضّحة في الشكل التالي لرسم خريطة مفاهيم تُنظّم معظم الأفكار التي احتواها الفصل.

الطاقة الميكانيكية

الطاقة الكامنة

الطاقة الداخلية

$\Delta ME = 0$

الطاقة الكلّية

$\Delta ME = -\Delta U$

الطاقة الحركية

الطاقة المرنة

تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربّع الواقع أمام الإجابة الأنسب في كلّ ممّا يلي:

1. الطاقة الحركية هي كمّية فيزيائية:
   - ☐ متّجهة ☐ موجبة
   - ☐ موجبة أو سالبة ☐ سالبة
2. جسم كتلته $(1)kg$ موجود على مسافة $(10)m$ أسفل المستوى المرجعي، الطاقة الكامنة التثاقلية للنظام المؤلّف من الجسم والأرض حيث عجلة الجاذبية الأرضية $g = (9.8)N/kg$ تساوي:
   - ☐ $(-98)J$ ☐ $(98)J$
   - ☐ 0 ☐ $(-89)J$
3. الطاقة الكامنة الميكروسكوبية:
   - ☐ تتغيّر أثناء تغيّر حالة النظام.
   - ☐ تتغيّر أثناء تغيّر درجة حرارة النظام.
   - ☐ لا تتغيّر بتغيّر حالة النظام.
   - ☐ تتغيّر مع تغيّر الطاقة الحركية الميكروسكوبية.
4. الطاقة الكامنة التثاقلية لجسم يسقط سقوطًا حرًّا في غياب الاحتكاك:
   - ☐ تزداد على طول المسار.
   - ☐ تتناقص على طول المسار.
   - ☐ تبقى ثابتة المقدار لغياب الاحتكاك.
   - ☐ تتناقص في بدء الحركة ومن بعدها تصبح منتظمة عند وصول الجسم إلى سرعة حدّية.

تحقق من معلوماتك

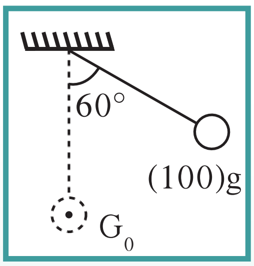
أجب على الأسئلة التالية:

1. ما الشروط الواجب توفّرها لإنجاز شغل؟
2. يدور القمر الصناعي حول الأرض بمدار دائري مركزه مركز الأرض، فما مقدار الشغل الناتج عن الجاذبية الأرضية المؤثّرة فيه؟ ولماذا؟
3. هل مقدار الشغل لرفع جسم من مستوى مرجعي إلى مرتفع معيّن باستخدام مستوى مائل يتغيّر بتغيّر زاوية ميل المستوى المائل في غياب الاحتكاك؟
4. ما الشرط الذي ينبغي توفّره لتكون الطاقة الميكانيكية لنظام معزول محفوظة؟
5. متى تكون الطاقة الكلّية للنظام محفوظة؟

تحقق من مهاراتك

حلّ المسائل التالية:

حيث يلزم الأمر اِعتبر أنّ عجلة الجاذبية الأرضية $g = (10)m/s^2$.



(شكل 43)

1. بندول بسيط مؤلَّف من كتلة نقطية $m = (100)g$ مربوطة بخيط عديم الوزن، لا يتمدّد، طوله $(40)cm$، سُحِبت الكتلة مع إبقاء الخيط مشدودًا من وضع الاتّزان العمودي بزاوية $60°$ وأُفلِتت من دون سرعة ابتدائية لتهتزّ في غياب الاحتكاك مع الهواء.
   فلنعتبر المستوى الأفقي المارّ بمركز كتلة كرة البندول عند حالة الاتّزان G_0 ليكون المستوى المرجعي.
   (أ) أُحسب الطاقة الميكانيكية للنظام.

(ب) إستنتِج سرعة الكتلة لحظة مرورها بالنقطة G_0.

(جـ) أحسب مقدار الزاوية عندما تتساوى الطاقة الحركية والطاقة الكامنة التثاقلية.

2. سقط جسم كتلته $(10)kg$ من سكون في غياب الاحتكاك من ارتفاع h عن سطح الأرض.

(أ) أحسب سرعته بعد أن يقطع مسافة $(10)m$.

(ب) أحسب مقدار القوّة المنتظمة التي تؤثّر في الجسم لتوقفه بعد أن قطع المسافة السابقة $(10)m$ وبعد أن يقطع إزاحة $(1)m$ من لحظة تأثير القوّة.

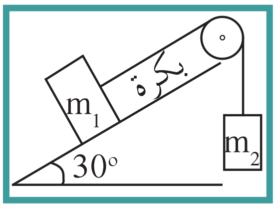
3. إستخدم قانون الطاقة الحركية لحساب مقدار القوّة المنتظمة التي جعلت كتلة مقدارها $(0.5)kg$ تنطلق من سكون لتصل إلى سرعة $(60)m/s$ بعد إزاحة مقدارها $(100)m$ على سطح خشن حيث قوّة الاحتكاك ثابتة وتساوي $(93)N$.

4. قرص حديدي مصمت كتلته $(10)kg$ ونصف قطره $(1)m$ يدور 20 دورة في الثانية حول محور عمودي يمرّ في مركز كتلته.

(أ) أحسب الطاقة الحركية للقرص مستخدِمًا $I = \frac{1}{2} MR^2$.

(ب) ما مقدار الطاقة الحرارية الذي يُطلِقها القرص إذا قلّت سرعته الزاوية إلى نصف ما كانت عليه؟

5. جسم كتلته $m_1 = (80)g$ يستطيع أن ينزلق من دون احتكاك على مستوى مائل بزاوية 30^o مع المستوى الأفقي، رُبِط بخيط عديم الكتلة لا يتمدّد ويمرّ فوق بكرة عديمة الكتلة ونصف قطرها $(20)cm$، ورُبط بطرفه الآخر جسم كتلته $m_2 = (60)g$ كما في الشكل (44).

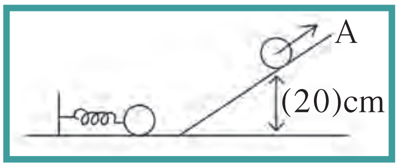


(شكل 44)

(أ) أُفلِت النظام (كتلتان، بكرة، مستوى مائل، الأرض) من سكون. إستخدم قانون الطاقة الحركية لحساب سرعة الكتلة m_1 بعد إزاحته على السطح المائل إلى الأعلى مسافة $(40)cm$.

(ب) إستنتِج السرعة الدورانية للبكرة بعد أن قطعت m_1 الإزاحة نفسها $(40)cm$.

6. لإطلاق جسم كتلته $(200)g$ على المستوى المائل، استخدمنا الجهاز في الشكل (45). يبلغ طول الزنبرك الحقيقي $L_0 = (25)cm$. قبل إطلاق الجسم، تمّ ضغطه حتّى أصبح طوله $L = (20)cm$. وصل الجسم، بعد الإطلاق، إلى النقطة A على المستوى المائل الأملس التي تقع على ارتفاع $h = (20)cm$ من المستوى الأفقي بسرعة $v_A = (1)m/s$.



(شكل 45)

(أ) أحسب ثابت مرونة الزنبرك.

(ب) إستنتج مقدار أقصى ارتفاع عن المستوى الأفقي الذي يمكن أن تبلغه الكتلة.

التواصل

أُكتب مقالًا لا يزيد عن عشرة أسطر تُبيِّن فيه دور الطاقة الداخلية في تغيّر حالة المادّة.

نشاط بحثي

الكتلة والطاقة مرتبطتان بمعادلة وضعها أينشتاين عام 1905 م، وتتغيّر الكتلة بتغيّر السرعة إلى أن تكتسب طاقة. أجرِ بحثًا تُبيِّن فيه صعوبة تعجيل الجسم والوصول به إلى سرعة الضوء لأنّ كتلته تصبح لا نهائية.

أشِر في بحثك إلى المعادلة التي تظهر تغيّر الكتلة بالنسبة إلى السرعة واستخدم المعادلة لتوضّح تغيّر الكتلة مع ازدياد السرعة لتفسّر كيف تصبح الكتلة لا نهائية.

أشِر في بحثك، أيضًا، إلى دور تحوّل جزء من الكتلة إلى طاقة في توليد الطاقة النووية.

الفصل الثاني

ميكانيكا الدوران
Rotational Mechanics

دروس الفصل

ما هي حركة الأجسام بعد اصطدام كرة البلياردو بها؟ هل هي خطّية أو دورانية أم الاثنين معًا؟

لقد عرفنا أنّ الحركة بشكل عامّ تكون خطّية أو دورانية أو الاثنين معًا، ولقد درسنا سابقًا الحركة الدورانية الزاوية وهي حركة أجسام كثيرة حولنا، وتعرّفنا المقادير الفيزيائية التي تسمح لنا بفهمها ومنها الإزاحة الزاوية، والسرعة الزاوية، والعجلة الزاوية وغيرها. ودرسنا أيضًا أنواع الحركة من حركة دورانية منتظمة السرعة الدورانية (الزاوية) مثل حركة الأقمار الصناعية إلى حركة دورانية منتظمة العجلة وتنتج عن تغيّر اتّجاه سرعة الجسم أو التغيّر المنتظم في سرعته الدورانية (الزاوية).

لقد اقتصرت دراستنا في السنوات السابقة على كينماتيكا (علم الحركة) الدوران، فتناولنا المعادلات الرياضية التي تربط بين المقادير الفيزيائية المختلِفة التي نحتاج إليها لتحليل الحركة الدورانية، ولكنّنا لم نبحث في تأثير القوّة في الحركة الدورانية.

فهل للقوّة تأثير في الحركة الدورانية؟ متى تجعل القوّة الجسم ينتقل ومتى تجعله يدور؟ هل يمكن استخدام القوانين التي درسناها في الحركة الخطّية في دراسة الحركة الدورانية؟

يتمحور هذا الفصل حول ميكانيكا الدوران، حيث سنجيب عن كلّ التساؤلات السابقة وسنكتشف تأثير القوّة في تدوير الأجسام، وسنكتب القوانين الثلاثة لنيوتن للحركة الدورانية، وسنتطرّق أيضًا إلى دراسة مفاهيم أخرى تتعلّق بالطاقة الدورانية وكمّية الحركة التي سبق لنا أن درسناها في إطار دراستنا للحركة الخطّية.

الدرس 2–1

عزم الدوران (عزم القوّة) τ
Moment of a Force (Torque)

الأهداف العامة

- يعرّف عزم القوّة.
- يميّز بين عزم القوّة والقوّة.
- يذكر شرط اتّزان عزمين.
- يعرّف الازدواج.

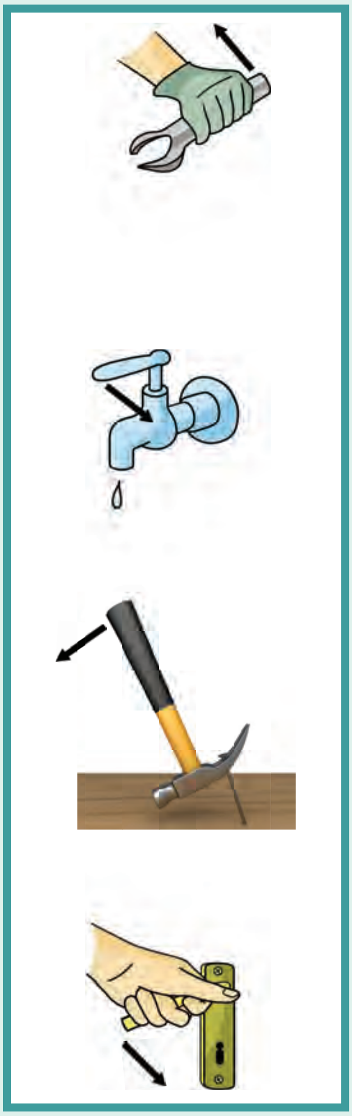
(شكل 46)

اِدفع جسمًا حرًّا لتجعله في حالة حركة. ستتحرّك بعض الأجسام من دون دوران، فيما يدور بعضهما من دون حركة انتقالية (شكل 46) ويشهد بعضها حالة حركة خطّية ودورانية معًا. فعلى سبيل المثال، عند ركل كرة قدم، غالبًا ما تنقلب الكرة من جانب إلى آخر. ما الذي يحدّد ما إذا كان الجسم سيدور بتأثير قوّة أم لا؟ يوضّح هذا الدرس العوامل المؤثّرة في الدوران. وسوف نكتشف أنّ هذه العوامل تفسّر معظم التقنيات التي يستخدمها لاعبو رياضة الجمباز (رياضة تقوية العضلات والتزلّج على الجليد والغطس وغيرها).

1. تعريف عزم الدوران (عزم القوّة) τ
Definition of Torque

أنت تبذل قوّة عندما تفتح الباب أو تفتح صنبور المياه أو تربط صامولة بواسطة مفتاح ربط. تُنتِج هذه القوّة عزم دوران، وهو مختلف عن القوّة. إذا أردْتَ أن تُحرّك جسمًا، فأنت تؤثّر فيه بقوّة، والقوّة هي المسبِّب لتسارع الأجسام. أمّا إذا أردْتَ أن تجعل الجسم يدور فأنت تستخدم عزم قوّة لأنّه مسبِّب الدوران كما في (الشكل 47).

وعليه، نعّرف **عزم القوّة Torque بأنّه كمّية فيزيائية تعبّر عن مقدرة القوّة على إحداث حركة دورانية للجسم حول محور الدوران.**



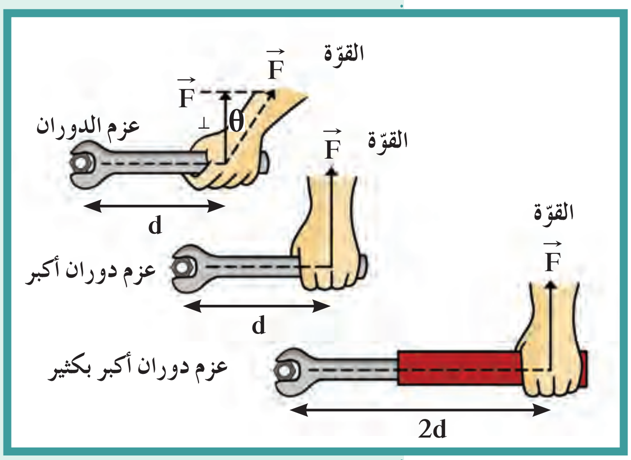
(شكل 47)

عزم الدوران هو الذي ينتج الدوران.

2. حساب مقدار عزم القوّة
Calculating the Magnitude of Torque

ينتج عزم القوّة عن استخدام القوّة وما يُعرَف بفعل الرافعة. مثال على استخدام فعل الرافعة هو استخدام مطرقة مخلبية لسحب مسمار من قطعة خشب. فكلّما طال مقبض المطرقة زاد فعل الرافعة، وكانت المهمّة أسهل، حيث تزيد الذراع الطويلة من فعل الرافعة. ويمكن استخدام فعل الرافعة، عند استخدام مفكّ أو سكّين لفتح غطاء علبة دهان.

يُستخدَم عزم الدوران عند فتح الباب. يوضَع مقبض الباب بعيدًا عن محور دوران الباب الموجود عند مفصّلاته، ليمدّنا بفائدة ميكانيكية أعلى مكتسَبة من فعل الرافعة، وذلك عند سحب مقبض الباب أو دفعه. ولاتّجاه القوّة التي تُبذل أهمّية، فإنّك، عند فتح الباب، لا تدفع المقبض أو تسحبه جانبًا لتجعل الباب يفتح، بل تقوم بدفع عمودي على مستوى الباب. فقد علّمتك الخبرة أنّ الدفع أو السحب العمودي يعطيان دورانًا أكثر بجهد أقلّ.



(شكل 48)

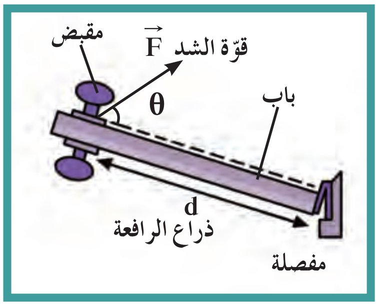
الأثر الدوراني للجسم ينتج عن تأثير المركبة العمودية.

تعرف إذا استخدمت مفتاح ربط ذي مقبض طويل، وآخر ذي مقبض قصير (شكل 48)، أنّ استخدام المقبض الطويل يؤدّي إلى بذل جهد أقلّ وفعل رافعة أكبر. عندما تكون القوّة عمودية، **تُسمّى المسافة العمودية من محور الدوران إلى نقطة تأثير القوّة ذراع الرافعة.** إذا لم تصنع القوّة زاوية عمودية مع ذراع الرافعة، فإنّ مركّبة القوّة العمودية $\vec{F}$ هي التي تسهم في عمل عزم القوّة فحسب، ويُحسَب عزم القوّة باستخدام المعادلة التالية:

عزم القوّة = مركّبة القوّة العمودية على الرافعة × ذراع القوّة.

$$\vec{\tau} = \vec{F}_{\perp} \times \vec{d}$$

أمّا إذا كانت القوّة تصنع زاوية θ مع المحور الأفقي (شكل 49) فنجد أنّ الأثر الدوراني للجسم ينتج عن تأثير المركّبة العمودية على المحور الذي يصل بين نقطة تأثير القوّة ونقطة الدوران، وتُكتَب معادلة عزم الدوران على النحو التالي: $\tau = F \times d \times \sin\theta$ حيث إنّ θ هي الزاوية بين $\vec{F}$ و $\vec{d}$.



(شكل 49)
منظور رأسي للباب
عند تطبيق قوّة، تُعَدّ ذراع الرافعة المسافة بين مقبض الباب وحافّة الرافعة المرتبطة بالمفصّلة.

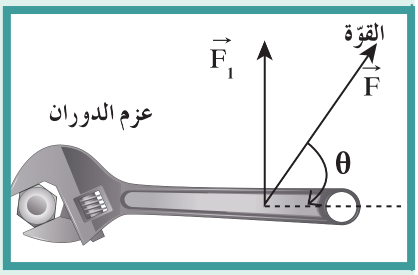
تُقاس $\vec{F}$، بحسب النظام الدولي للوَحدات، بوَحدة (N) والمسافة بوَحدة (m) وبالتالي يُقاس عزم القوّة بوَحدة (N.m).
يمكن أن يُنتَج نفس عزم القوّة بتأثير قوّة كبيرة مع ذراع رفع قصيرة، أو تأثير قوّة صغيرة مع ذراع رفع طويلة، وينتج عزم دوران كبير عندما تكون القوّة وذراع الرافعة كبيرتين.

3. اتّجاه عزم القوّة Direction of Torque

العلاقة الرياضية التي تمثّل عزم القوّة $\tau = F \times d \times \sin\theta$، ويمكن صياغتها باستخدام الضرب الاتجاهي لتصبح على الشكل التالي:

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{d}}$$

يبيّن ذلك أنّ عزم القوّة هو كمّية متّجهة ويمكن تحديد اتّجاهها باستخدام قاعدة اليد اليمنى، بحيث يشير الإبهام إلى اتّجاه عزم القوّة بعد تدوير الأصابع باتّجاه دوران الجسم.
إذا كان عزم القوّة على مفتاح الربط في الشكل (50) يؤدي إلى دورانه عكس اتّجاه عقارب الساعة. فإن اتّجاه عزم القوّة على مفتاح الربط، بتطبيق قاعدة اليد اليمنى، يكون عمودي على الصفحة نحو الخارج، وقد اصطُلِح في هذه الحالة أن يكون اتّجاه عزم القوّة موجبًا.
أمّا إذا كان عزم القوّة يؤدّي إلى دوران الجسم مع اتّجاه عقارب الساعة، فيكون اتّجاه عزم القوّة عموديًّا على الصفحة نحو الداخل، وقد اصطلِح في هذه الحالة أن يكون اتّجاه عزم القوّة سالبًا.
وعليه نلخّص: **إنّ اتّجاه عزم القوّة يكون موجبًا عندما يؤدّي إلى الدوران عكس اتّجاه حركة عقارب الساعة، وسالبًا إذا أدّى إلى الدوران مع اتّجاه عقارب الساعة.**



(شكل 50)

فقرة إثرائية

الفيزياء وجسم الإنسان

إنّ تركيب جسم الإنسان يسمح بتطبيق مبدأ العزوم في أقسام عديدة منه. فنلاحظ، على سبيل المثال، تطبيق مبدأ العزوم بالحركة الدائرية للعظام حول المفاصل التي تربطها بعضها ببعض. ففي حركة عظام الإنسان تطبيق لمبدأ الرافعة بأنواعها الثلاث. تعتمد حركة العظام على ثلاثة عناصر: العضلة التي تقوم بالجهد والمفاصل التي تؤدّي دور محور الدوران والقوّة المقاومة لدوران العظمة. ففي رأس الإنسان تشد عضلات الرقبة الجمجمة لمنع الرأس من الميل مكوّنة نظام رافعة من النوع الأوّل حيث يكون مركز الارتكاز بين الجهد المطبّق والمقاومة، بينما نجد في الساق والذراع أنواع أخرى من الرافعات حيث يطبّق مبدأ العزوم.

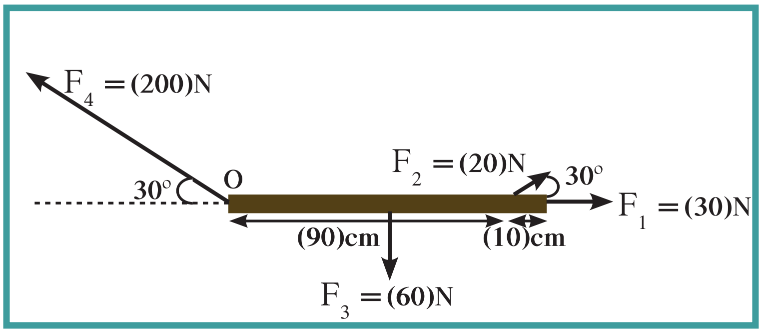
مثال (1)

يوضّح الشكل (51) ساق متجانسة طولها (100)cm وزنها (60)N تؤثّر فيها ثلاث قوى.

(أ) أُحسب مقدار عزم القوّة لكلّ من القوى الأربع حول محور الدوران (O)، وحدِّد اتّجاهها.

(ب) أُحسب محصّلة العزوم على الساق الناتج عن تأثير القوى الأربع.

(جـ) اِستنتج اتّجاه دوران الساق.



(شكل 51)

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلِّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم:

مقادير القوى واتّجاهها.

ذراع القوّة لكلّ من القوى الأربع.

غير المعلوم:

(أ) عزم القوّة مقدارًا واتّجاهًا لكلّ من القوى الأربع.

(ب) محصّلة العزوم حول المحور.

(جـ) اتّجاه محصّلة العزوم.

2. أحسب غير المعلوم.

(أ) باستخدام المعادلة الرياضية $\tau = F \times d \times \sin\theta$، وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نجد:

عزم القوّة $\vec{F_1}$ حول O يساوي:

$$\tau_1 = F_1 \times d_1 \times \sin 0 = (0)N.m$$

عزم القوّة $\vec{F_2}$ حول O يساوي:

$$\tau_2 = F_2 \times d_2 \times \sin 30 = 20 \times 0.9 \times \sin 30 = (+9)N.m$$

واتّجاهها موجب لأنّ القوّة تعمل على تدوير الجسم عكس عقارب الساعة.

عزم القوّة $\vec{F_3}$ حول O يساوي:

$$\tau_3 = -F_3 \times d_3 \times \sin 90 = 60 \times 0.5 \times 1 = (-30)N.m$$

واتّجاهها سالب لأنّ القوّة تعمل على تدوير الجسم مع اتّجاه عقارب الساعة.

عزم القوّة $\vec{F_4}$ حول O يساوي:

$$\tau_4 = F_4 \times d_4 \times \sin\theta = (0)N.m$$

لأنّ المسافة d_4 بين نقطة تأثير القوّة والمحور تساوي صفرًا.

(ب) تساوي محصّلة العزوم:

$$\sum \vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \vec{\tau}_4 = 0 + 9 - 30 + 0 = (-21)N.m$$

اتّجاه محصّلة العزوم سالب كما تظهر النتيجة. لذا سيدور الساق حول محور الدوران باتّجاه عقارب الساعة.

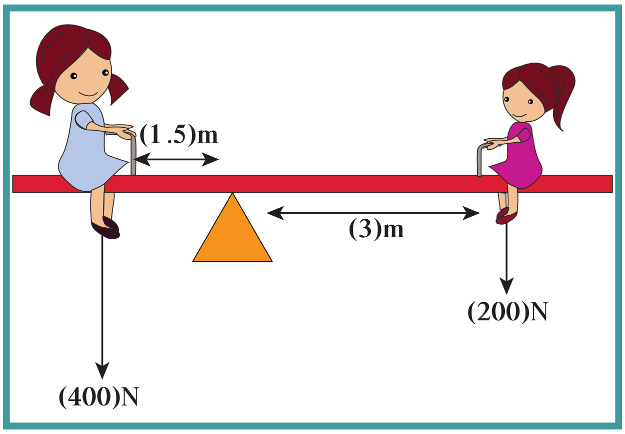
3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

يظهر واضحًا من المقادير المعطاة في المسألة أنّ ثقل الساق المتمثّل بالقوّة $\vec{F_3}$ يؤثّر في تدويره أكثر من القوّة $\vec{F_2}$، وأنّ اتّجاه تدويره سالب وهذا ما توصّلنا إليه، ما يؤكّد صحّة النتيجة.

4. العـزوم المتّزنة Balanced Torques

يعرف الأطفال العزوم وهم يلعبون الأرجوحة بصورة بديهية، حيث يمكن أن يتوازنوا على الأرجوحة حتّى ولو كانت أوزانهم غير متكافئة، وذلك لأنّ الوزن لا يسبّب الدوران بل يسبّبه العزم.

ويتعلّم الأطفال أنّ المسافة من النقطة التي يجلسون عندها إلى نقطة محور الارتكاز لها أهمّية أوزانهم نفسها (شكل 52)، حيث تجلس الفتاة الأثقل وزنًا على مسافة قصيرة من نقطة الارتكاز (محور الدوران) في حين تجلس الفتاة الأخفّ وزنًا على مسافة أبعد من نقطة الارتكاز، ويتحقّق الاتّزان إذا كان عزم القوّة الذي يسبّب دورانًا مع اتّجاه عقارب الساعة بواسطة الفتاة الأقل وزنًا يتساوى مع عزم القوّة الذي يسبّب دورانًا عكس اتّجاه عقارب الساعة بواسطة الفتاة الأكبر وزنًا.



(شكل 52)

يعتمد اتّزان الميزان، الذي يعمل بالأوزان المنزلقة، على اتّزان العزوم وليس على اتّزان الأوزان، فالأوزان المنزلقة يتمّ ضبطها حتّى يتّزن عزم القوّة في عكس اتّجاه عقارب الساعة مع عزم القوّة في اتّجاه عقارب الساعة وتبقى ذراع الميزان أفقية (شكل 53).

من هنا نستنتج أنّ **الشرط الضروري لتحقيق الاتّزان الدوراني هو أن محصّلة جمع العزوم تساوي صفرًا:**

$$\boxed{\sum \vec{\tau} = 0}$$

أي أنّ المجموع الجبري للعزوم مع اتّجاه عقارب الساعة = المجموع الجبري للعزوم عكس اتّجاه عقارب الساعة ويمكن صياغة ذلك رياضيًا كما يلي:

$$\boxed{\sum \tau_{C.W} = \sum \tau_{A.C.W}}$$

ونستنتج بعد أن تعلّمنا شرط الاتّزان الدوراني أنّه لاتّزان جسم مادّي تؤثّر فيه مجموعة من القوى لا بدّ من توافر شرطي الاتّزان التاليين:

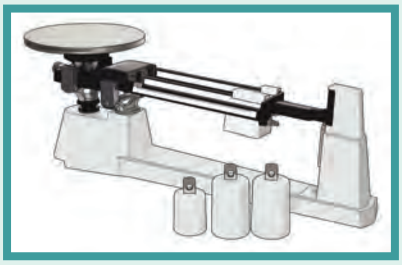
$$\boxed{\begin{array}{l} \sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{\tau} = 0 \end{array}}$$

الفرق بين الشغل وعزم القوّة

هناك تشابه بين المقادير المستخدَمة في معادلة الشغل من قوّة وإزاحة، وبين المقادير المستخدَمة في معادلة عزم القوّة، ولكن هناك فرق كبير بين الكمّيتين، فالشغل هو حاصل الضرب القياسي (Dot Product) $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ وتمثّل d الإزاحة.

بينما عزم القوّة هو حاصل الضرب الاتّجاهي (Cross Product) $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{d}$ وتمثّل d ذراع القوّة. بالإضافة إلى أنّ عزم القوّة كمّية متّجهَة بينما الشغل كمّية قياسية.

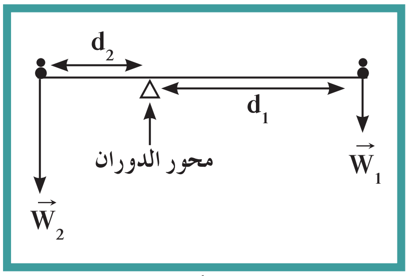
يُقاس الشغل بواحدة (J) بينما يُقاس عزم القوة بوحدة (N.m)



(شكل 53)

مثال (2)

يجلس طفلان وزن أحدهما $(300)N$ ووزن الآخر $(450)N$ على طرفي أرجوحة طولها $(3)m$ مهمَلة الكتلة كما في الشكل (54). حدّد موقع محور الدوران بالنسبة إلى أحدهما والذي يجعل النظام في حالة اتّزان دوراني.



(شكل 54)

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلِّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: وزن الطفل الأوّل: $W_1 = (300)N$

وزن الطفل الثاني: $W_2 = (450)N$

طول الأرجوحة: $L = (3)m$

غير المعلوم:

موقع محور الدوران بالنسبة إلى أحدهما

2. أحسب غير المعلوم.

ينصّ شرط الاتّزان الدوراني على أن محصّلة جمع العزوم تساوي صفرًا:

$$\sum \vec{\tau} = 0$$

أي أنّ المجموع الجبري للعزوم مع اتّجاه عقارب الساعة = المجموع الجبري للعزوم عكس اتّجاه عقارب الساعة:

$$\sum \tau_{C.W} = \sum \tau_{A.C.W}$$

إنّ عزم دوران الطفل الأوّل بالنسبة إلى محور الدوران الذي يبعد عن نقطة تأثير القوّة مسافة d_1 يساوي:

$$\tau_1 = W_1 \times d_1 \times \sin 90$$
$$= 300d_1$$

واتّجاهه عكس عقارب الساعة.

أمّا عزم دوران وزن الطفل الثاني بالنسبة إلى المحور الذي يبعد عن نقطة تأثير القوّة مسافة d_2 يساوي:

$$\tau_2 = W_2 \times d_2 \sin 90$$
$$= 450d_2$$

واتّجاهه مع عقارب الساعة.

بالتعويض عن شرط الاتّزان وباستخدام العلاقة: $d_1 + d_2 = (3)m$، نجد:

$$300d_1 = 450(3 - d_1) \Rightarrow 750d_1 = 1350 \Rightarrow d_1 = \frac{1350}{750} = (1.8)m$$

أي أنّ محور الدوران يبعد عن الطفل الأوّل $d_1 = (1.8)m$ ويبعد عن الطفل الثاني:

$$d_2 = 3 - 1.8 = (1.2)m$$

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

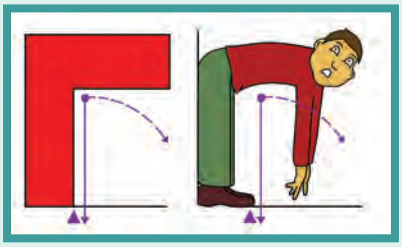
يتناسب موقع محور الدوران مع معطيات المسألة وطول الأرجوحة، كما أنّه كمركز اتّزان للنظام أقرب إلى كتلة الجسم الأكبر كما تعلّمنا سابقًا ما يؤكّد صحّة النتيجة.

5. عزم القوّة ومركز الثقل

Torque and the Center of Gravity

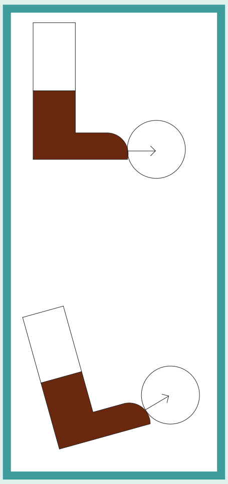
تعلّمنا سابقًا أنّ لكلّ جسم مركز ثقل، هو نقطة تأثير قوّة الجاذبية.
فمركز الثقل هو الموضع الذي يكون عنده محصّلة عزوم قوّة الجاذبية المؤثّرة في الجسم الصلب تساوي صفرًا، ودرسنا أنّ وجود موقع مركز الثقل خارج المساحة الحاملة للجسم سيجعله ينقلب. فعندما يصبح مركز ثقلك خارج المساحة الحاملة لجسمك يصبح هنالك عزم للقوّة، وعندئذٍ ستعلم أنّ سبب انقلابك هو عزم القوّة (شكل 55).

والإجابة على سؤالنا في مقدّمة الدرس عمّا إذا كانت كرة القدم بعد ركلها ستتحرّك أو ستدور حول نفسها أم الاثنين معًا يتعلّق بفهم العلاقة بين مركز الثقل والقوّة وعزم القوّة. فنحن نعلم ضرورة وجود قوّة لإطلاق قذيفة أو لإطلاق الكرة، وإذا كان خط عمل القوّة يمرّ بمركز ثقل الكرة فإنّ كلّ ما تستطيع فعله هذه القوّة هو أن تُحرِّك الكرة من دون وجود أيّ عزم قوّة يجعل الكرة تدور حول مركز ثقلها. أمّا إذا كان خط عمل القوّة المؤثّرة لا يمرّ بمركز الثقل، فالكرة بالإضافة إلى حركة مركز ثقلها، ستدور حول هذا المركز (شكل 56)، بفعل عزم القوّة. وعليه، نستنتج أنّ سبب دوران الجسم حول محوره هو محصّلة عزوم القوى، أي أنّه عندما لا يدور الجسم تكون محصّلة العزوم تساوي صفرًا، وهذا يفسّر سبب الاتّزان الدوراني للجسم المعلّق حول مركز ثقله. **فمركز ثقل الجسم الصلب هو موقع محور الدوران الذي تكون محصّلة عزوم قوى الجاذبية المؤثّرة في الجسم الصلب حوله تساوي صفرًا.**



(شكل 55)

سوف ينقلب الشكل القائم L لوجود عزم دوران، وبالمثل عندما تُحاوِل أن تلمس أصابع قدميك وأنت واقف وظهرك وكعبا قدميك ملاصقان للحائط، سوف ينتج عزم دوران إذ يقع مركز ثقلك أمام قدميك.



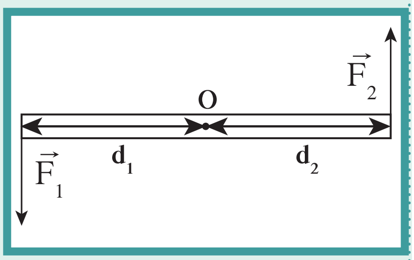
(شكل 56)

عند ركل كرة القدم من نقطة على خطّ مستقيم مع مركز ثقلها تنطلق دون دوران، وعند ركلها أسفل مركز ثقلها أوفوقه ستنطلق مع حركة دورانية.

6. عزم الازدواج

Torque of a Couple

عندما تقوم بفتح صنبور أو إغلاقه، يُؤثّر كلّ من إصبع الإبهام وإصبع السبابة في مقبض الصنبور بقوّتين متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتّجاهًا، يشكّلان ما يُعرَف بعزم الازدواج الذي يُرمَز له بالرمز C، ويسبّبان دوران مقبض الصنبور.
تكثر في حياتنا اليومية الأمثلة على عزم الازدواج. فعندما تقود درّاجتك الهوائية على المنعطف، تبذل بيديك قوّتين متوازيتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتّجاه على المقود. فتصنع هاتان القوّتان عزم ازدواج يؤدّي إلى التفاف المقود، كذلك عندما يستخدم ميكانيكي السيّارة المفتاح الرباعي لفكّ صواميل إطار السيارة، فهو يُدير الصواميل بتأثير عزم ازدواج الذي يساوي مقداره محصّلة عزم القوّتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ المتساويتين في المقدار والمتعاكستين في الاتّجاه واللتان تؤدّيان إلى دوران الجسم في الاتّجاه نفسه، أي الشكل (57):



(شكل 57)

$$\vec{C} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$$
$$\vec{C} = \vec{F}_1 \times \vec{d}_1 + \vec{F}_2 \times \vec{d}_2$$

الازدواج يتكوّن من قوّتين متساويتين في المقدار ومتوازيتين وتعملان في اتّجاهين متضادين وليس لهما خطّ عمل واحد. ولكن $F_1 = F_2 = F$ فتصبح $C = F(d_1 + d_2)$. وحيث إنّ: $d_1 + d_2 = d$ وهي المسافة العمودية بين القوّتين، يُحسَب مقدار عزم الازدواج:

$$\boxed{\vec{C} = \vec{F} \times d}$$

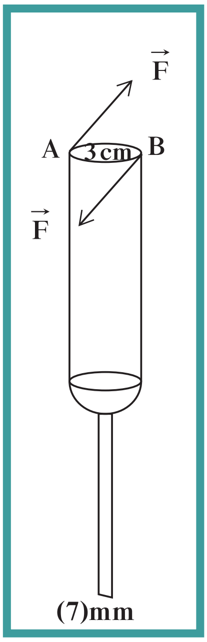
يساوي عزم الازدواج حاصل ضرب مقدار إحدى القوّتين بالمسافة العمودية بينهما.

مثال (3)

مفكّ قطر مقبضه (3)cm وعرض رأسه الذي يدخل في شقّ البرغي (7)mm. استُخدم لتثبيت البرغي في لوح خشبي وذلك بالتأثير في مقبضه بواسطة اليد بقوّتين متساويتين في المقدار $F_1 = F_2 = (49)N$ ومتعاكستين في الاتّجاه كما في الشكل (58).

(أ) أحسب مقدار عزم الازدواج المؤثّر في مقبض المفكّ.

(ب) أحسب مقدار القوّة التي تؤدّي إلى دوران البرغي المراد تثبيته.



(شكل 58)

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: قطر المقبض (3)cm

مقدار القوّة $F_1 = F_2 = F = (49)N$

قطر رأس المفكّ $d = (7)mm$

غير المعلوم: (أ) عزم الازدواج المؤثّر في مقبض المفكّ $C = ?$

(ب) مقدار القوّة $\vec{F'}$ التي تسبّب دوران البرغي

2. أحسب غير المعلوم.

(أ) باستخدام معادلة عزم الازدواج وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$C = F \times d = 49 \times 0.03 = (1.47)N.m$$

(ب) عزم الازدواج الذي يؤثّر في البرغي هو نفسه الذي يؤثّر في المقبض، وبالتالي يساوي عزم الازدواج على البرغي $C = (1.47)N.m$

بالمقابل، يساوي عزم الازدواج على البرغي حاصل ضرب مقدار إحدى القوى المؤثّرة والمسافة العمودية بين القوّتين والتي تتمثّل بعرض المفكّ $d = (7)mm$.

وباستخدام معادلة الازدواج $C = F'.d$، نجد $F' = \frac{C}{d}$، وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$F' = \frac{1.47}{7 \times 10^{-3}} = (210)N$$

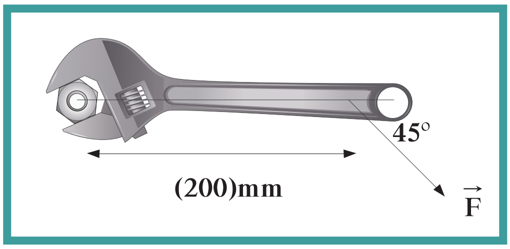
3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

نستخدم في حياتنا اليومية المفكّ في تثبيت البراغي ونزعها وليس أيدينا. ويظهر سبب ذلك واضحًا في إجابات هذه المسألة، فالقوّة المؤثّرة في البرغي أكبر من القوّة المبذولة على المقبض، وهذا يفسّر أهمّية استخدام المفكّ لتثبيت البراغي أو نزعها بدلًا من استخدام قوّة اليد مباشرة، ويؤكّد صحّة الإجابات التي توصّلنا إليها.

مراجعة الدرس 2-1

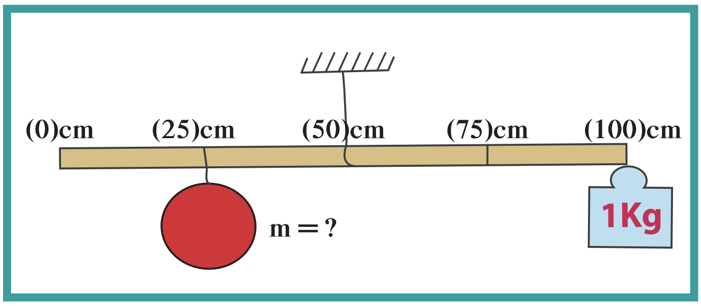
أولًا – ما اتّجاه القوّة بالنسبة لذراع القوّة التي يجب أن تُستخدَم لإنتاج أكبر عزم للقوّة؟

ثانيًا – أُحسب مقدار عزم القوّة التي تبذلها يدك عندما تربط صامولة بمفكّ ربط، علمًا أنّ طول ذراع القوّة يساوي $(200)mm$ ومقدار القوّة يساوي $(100)N$ والزاوية بين القوّة وذراعها تساوي 45^o كما هو موضّح في الشكل (59).

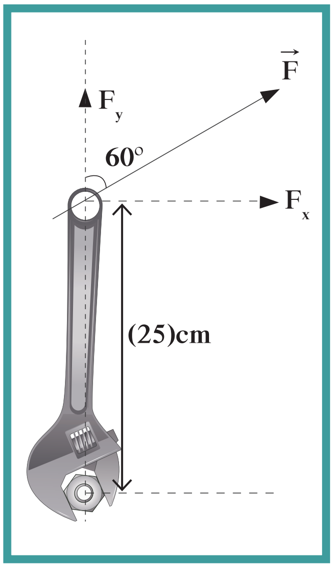


(شكل 59)

ثالثًا – الشكل (60) يمثّل مسطرة متجانسة، فما هي كتلة الصخرة (m) علمًا أنّ النظام في حالة اتّزان؟



(شكل 60)

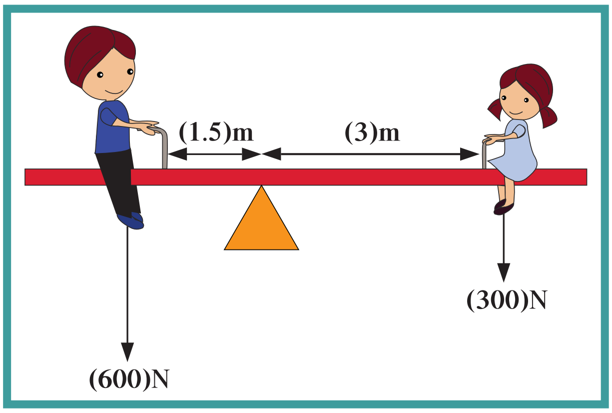


(شكل 61)

رابعًا – تحتاج صامولة في محرّك السيّارة إلى عزم مقداره $(40)N.m$ لتشدّ جيّدًا. تستخدم مفكّ ربط طوله $(25)cm$ وتشدّه بقوّة كما هو موضّح في الشكل (61). أُحسب مقدار القوّة التي يجب أن تبذلها كي تثبت الصامولة.

خامسًا – (أ) أُحسب مقدار عزم القوّة لكلّ من وزني الفتاة والولد الجالسين على اللوح المتأرجح الموضّح في الشكل (62) بإهمال وزن اللوح.

(ب) أُحسب المسافة التي يجب أن تفصل بين الفتاة الجالسة يمينًا ومحور ارتكاز اللوح المتأرجح عندما يساوي وزن الفتاة $(400)N$ والنظام في حالة اتّزان.



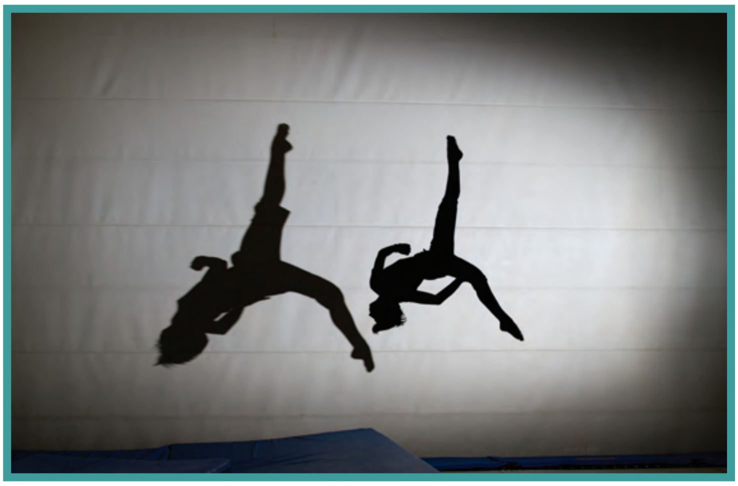
(شكل 62)

الدرس 2-2

القصور الذاتي الدوراني (I)
Rotational Inertia

الأهداف العامة

- يعرّف القصور الذاتي الدوراني (I) .
- يعدّد العوامل التي يتوقّف عليها مقدار القصور الذاتي الدوراني (I) .
- يعرّف معادلات أو قوانين القصور الذاتي الدوراني (I) لبعض الأجسام .
- يطبّق قانون المحاور المتوازية لإيجاد القصور الذاتي الدوراني (I) .



(شكل 63)
يعتمد القصور الذاتي الدوراني على بعد الكتلة عن المحور .

عند دراستنا للحركة الخطّية ، درسنا مفهوم القصور الذاتي ، حيث إنّ كتلة الجسم تعمل على مقاوَمة التغيّر في حركة الجسم ، فالجسم الساكن يميل إلى أن يبقى ساكنًا ، والجسم المتحرّك في خط مستقيم يميل إلى أن يبقى متحرّكًا في خط مستقيم . ويلزمنا لتغيير حركة الجسم (بحسب القانون الثاني لنيوتن) قوّة يختلف مقدارها باختلاف كتلة الجسم ، فكلّما كانت الكتلة أكبر احتجنا إلى قوّة أكبر ، لذا عرّفنا الكتلة على أنّها مقياس للقصور الذاتي في الحركة الخطّية .

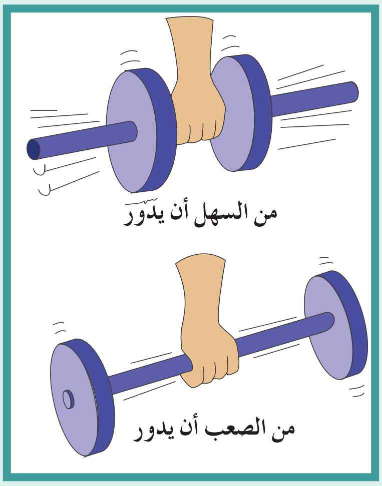
ولكنّ السؤال المطروح في هذا الدرس هو: هل يقاوم الجسم تغيُّر حركته الدورانية حول محوره؟ وهل هناك قصور ذاتي دوراني يقيس مقاوَمة الجسم لتغيُّر حركته الدورانية كما في حالة الحركة الخطّية؟
الإجابة عن تلك الأسئلة هي محور هذا الدرس .

1. القصور الذاتي الدوراني (I) Rotational Inertia

يعني القصور الذاتي أنّ الجسم الساكن يميل إلى أن يبقى ساكنًا، والجسم المتحرّك يميل إلى أن يبقى متحرّكًا في خطّ مستقيم، ويوجَد قانون للدوران شبيه بذلك: «عندما يدور جسم حول محور، فإنّه يميل إلى أن يبقى دائرًا حول هذا المحور». **تُسمّى مقاوَمة الجسم لتغيُّر حركته الدورانية القصور الذاتي الدوراني (I) Rotational Inertia، حيث تميل الأجسام التي تدور إلى الاستمرار في الدوران، في حين تميل الأجسام الساكنة إلى البقاء ساكنة.**
وكما يحتاج الجسم إلى قوّة ليغيّر حالته الخطّية، فإنّ عزم القوّة مطلوب لتغيير الحالة الدورانية لحركة الجسم. أمّا في غياب محصّلة القوّة، فإنّ الأجسام التي تدور تحتفظ بدورانها.

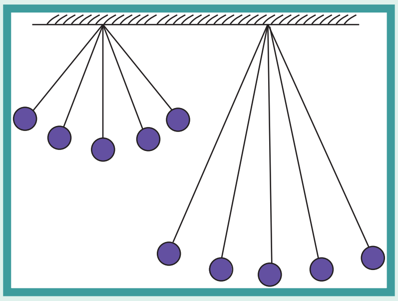
2. العوامل المؤثّرة في القصور الذاتي الدوراني Factors That Affect Rotational Inertia

يشبه القصور الذاتي الدوراني القصور الذاتي بالاتّجاه الخطّي والذي يعتمد على الكتلة، ولكنّ القصور الذاتي الدوراني يعتمد على توزيع الكتل، فكلّما زادت المسافة بين كتلة الجسم والمحور الذي يحدث عنده الدوران زاد القصور الذاتي الدوراني (I) كما في الشكل (64).
عند الإمساك بمضرب كرة البيسبول ذي الذراع الطويلة قرب طرفه يكون له قصورًا ذاتيًّا دورانيًّا أكبر من قصور المضرب ذي الذراع القصيرة، وعندما يتحرّك المضرب الطويل يكون له ميل كبير للبقاء متحرّكًا، ويكون من الصعب أن تُسرّعه أكثر (شكل 65). يملك المضرب القصير قصورًا ذاتيًّا دورانيًّا أقلّ من المضرب الطويل ولكنّ استعماله أسهل في الحركة الدورانية، وأحيانًا ما يوقِف لاعب كرة البيسبول المضرب عن طريق الإمساك به من نهايته بإحكام، ويُقلّل إيقاف المضرب قصوره الذاتي الدوراني، أما المضرب الذي يُحمَل من نهايته أو المضرب الطويل فلا يميل إلى التأرجح بسرعة وكذلك حركة البندول البسيط (شكل 66).
وكذلك الحال بالنسبة إلى الناس والحيوانات ذات القوائم الطويلة مثل الزرافات والخيول والنعام، فهي تتحرّك بسرعة أقلّ من الحيوانات ذات القوائم القصيرة مثل الخيول الصغيرة أو الفئران أو الكلب الألماني الصغير كما في الشكل (67). تجدر الإشارة إلى أنّ القصور الذاتي الدوراني للجسم ليس بالضرورة كمّية محدّدة، فيكون أكبر عندما تتوزّع الكتلة نفسها داخل الجسم بتباعد عن محور الدوران، ويمكنك تجربة ذلك بمدّ ساقيك إلى الخارج، أو بهزّ ساقك الممدودة إلى الخلف وإلى الأمام من مفصل الفخذ. كرِّر التجربة نفسها مع ثني الساق.



(شكل 64)
يعتمد القصور الذاتي الدوراني على بعد الكتلة محور الدوران.


(شكل 65)


(شكل 66)
البندول القصير يتحرّك إلى الأمام والخلف أكثر من تحرّك البندول الطويل.


(شكل 67)
إنّ الكلب ذو القوائم الصغيرة له قصور ذاتي دوراني أقلّ من القصور الذاتي الدوراني للغزال، ما يجعله يتحرّك بسرعة أكبر.

ستجد أنّ تحريك الساق إلى الأمام وإلى الخلف أسهل في حالة ثنيها، إذ يقلّ، عندئذٍ، عزم القصور الذاتي الدوراني. لهذا يُعتبَر ثني الساقين عند الجري مهمًّا حيث إنّه يسهّل تأرجحهما إلى الأمام وإلى الخلف كما في الشكل (68).

(شكل 68)
لاحِظ ثني الساقين عند الجري، وذلك لتقليل عزم القصور الذاتي الدوراني.

فقرة إثرائية

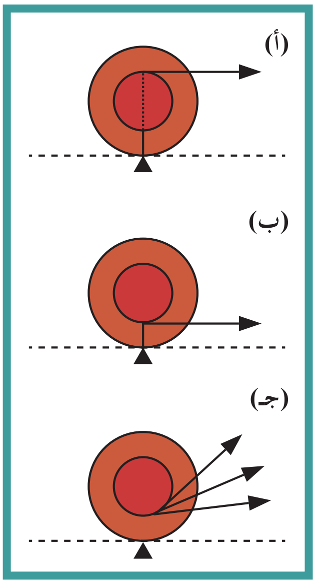
تطبيق عزم الدوران على مكّوك الخيط

ضَع مكّوكًا فيه خيط أو سلك على الطاولة، واستخدم مكّوكًا له إطار بحافّات واضحة وأوسع من محوره. يمكنك بذل عزم قوّة على المكّوك، وذلك بسحب الخيط أو السلك، ويتّضح ذلك من الدوران الناتج. اِسحب الخيط برفق لكي تجعل المكّوك يدور من دون أن ينزلق، ولتتناسب الزيادة في السرعة الدورانية مع عزم القوّة.

تذكّر أنّ: عزم القوّة = مركبة القوّة العمودية × ذراع القوّة

وعند سحب الخيط أفقيًّا، فإنّ مسافة الخيط على الطاولة تمثّل ذراع الرافعة مع ملاحظة أنّ مسافة ذراع الرافعة تكون أطول عندما يكون الخيط فوق قمّة المحور، وتكون أقلّ عندما يكون الخيط أسفل المحور. توقّع تأثير السحب في كلا الاتّجاهين، في حالة وجود الخيط عند قمّة المحور وعند أسفل المحور. هل وجدْتَ توافقًا؟ وما تفسيرك الفيزيائي؟

هل توجد زاوية يمكن أن يُسحَب عندها الخيط ولا تُنتِج عزمًا؟



(أ) يكون عزم القوّة أكبر عندما تكون ذراع الرافعة أكبر
(ب) يكون عزم القوّة أصغر عندما تكون ذراع الرافعة صغيرة وأقرب إلى سطح الطاولة
(جـ) إنّ تغيّر الزاوية بين القوّة وذراع الرافعة يؤثّر في مقدار عزم القوّة المؤثّرة على الخيط

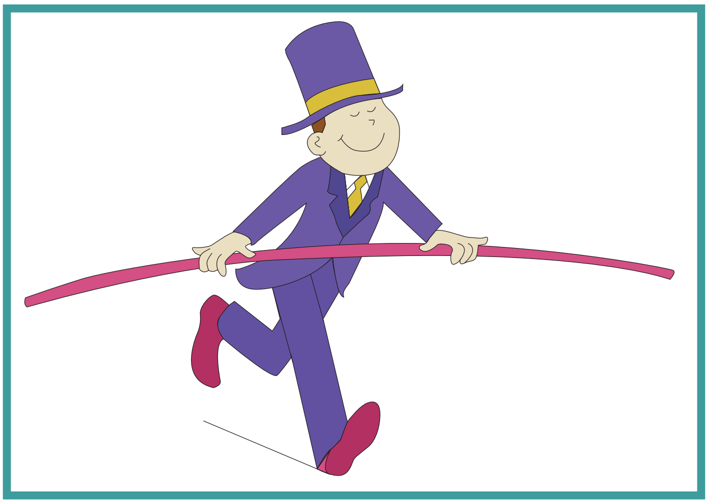
مثال أخير يُظهِر أهمّية القصور الذاتي الدوراني هو أداء البهلوان المتحرِّك على سلك رفيع. فهو يمّد يديه ليحافظ على اتّزانه أو يُمسِك بيده عصًا طويلة، أي يزيد في الحالتين قصوره الذاتي الدوراني ما يساعده على مقاومَة الدوران فيحظى بوقتٍ أطول لضبط مركز ثقله والحفاظ على اتّزانه.

مما سبق يمكن استنتاج أنّ القصور الذاتي الدوراني يتوقف على:

(أ) موضع محور الدوران بالنسبة لمركز الكتلة.

(ب) شكل الجسم وتوزّع الكتلة.

(جـ) مقدار كتلة الجسم.



(شكل 69)

يزداد القصور الذاتي الدوراني للبهلوان المتحرّك على السلك عندما يُمسِك بيده عصًا طويلة، وبذلك يستطيع أن يقاوم الدوران، ويحظى بوقت أطول لضبط مركز ثقله.

3. قوانين القصور الذاتي الدوراني

Formulas For Rotational Inertia

عندما تناولنا موضوع الطاقة الحركية الدورانية في الدروس السابقة، أوردنا بعضًا من معادلات القصور الذاتي الدوراني لنستخدمها في حلّ بعض مسائل الاتّزان. أمّا في هذا الجزء من الدرس المخصَّص لهذا الموضوع، فسنتذكّر تلك التي تعلّمناها سابقًا وسنضيف معادلات جديدة.

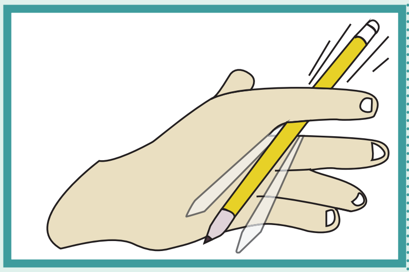
عندما تكون كتلة الجسم m كلّها مركّزة على المسافة r من محور الدوران (مثل كرة صغيرة معلّقة بخيط بندول تتأرجح حول موضع سكونها أو عجلة رفيعة تُلَفّ حول مركزها)، يكون القصور الذاتي للدوران mr^2. وعندما تكون الكتلة أكثر توزيعًا كما هو الحال في ساقك، يكون القصور الذاتي أقلّ وتختلف صيغته الرياضية. يتضمّن الشكل (71) مقارنات القصور الذاتي الدوراني طبقًا لتغيُّر الأشكال والمحاور. (ليس من المهمّ أن تعرف كلّ هذه القيم، ولكن يمكنك رؤية كيف تتغيّر الصيغة الرياضية مع تغيُّر الشكل والمحور). يُقاس القصور الذاتي الدوراني بحسب النظام الدولي للوَحدات بوَحدة $kg.m^2$.

فقرة إثرائية

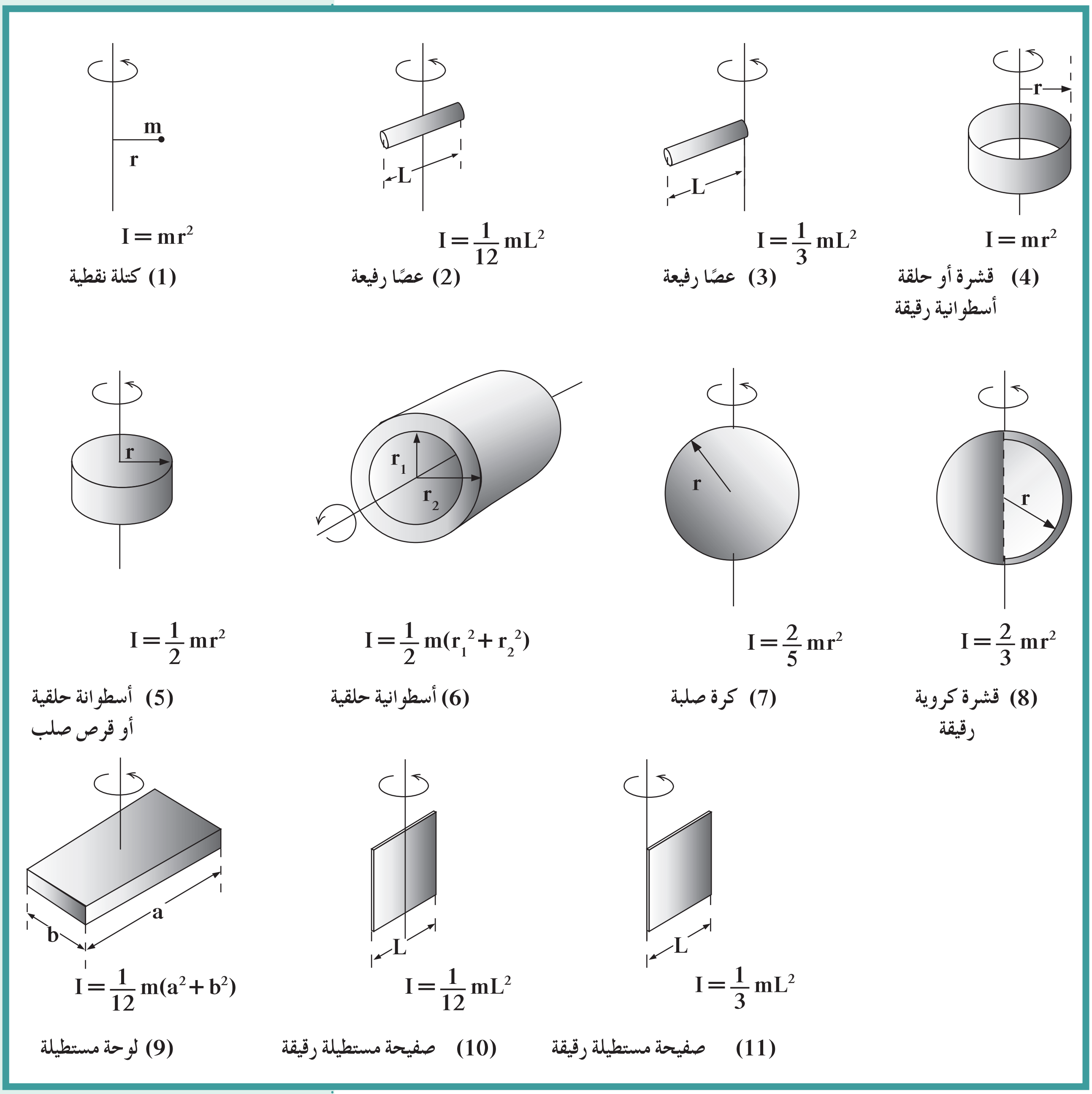
الفيزياء في المختبر

أرجِح قلمك

أرجِح قلمك الرصاص بين أصابعك إلى الأمام وإلى الخلف، ثمّ قارِن سهولة الدوران عند أرجحته من نقطة في منتصفه، وعند أرجحته من أحد طرفيه. ولمقارنة ثالثة، أدِر القلم بين إصبعي الإبهام والسبابة حول المحور الطولي للقلم. بناء على مشاهد تلك الحالات الثلاث الممثَّلة في الشكل (70)، في أيّ الحالات الدوران أسهل؟ وهل يتناسب عزم القصور الدوراني الصغير في هذه الحالة مع r (نصف القطر الصغير)؟



(شكل 70)



(شكل 71)

القصور الذاتي الدوراني لأجسام مختلفة، كتلة كلّ منها M تدور حول محاور مختلفة.

4. نظرية المحور الموازي Parallel Axis Theorem

كما ذكرنا سابقًا ولاحظنا في الشكل (71)، يختلف القصور الذاتي الدوراني للجسم الذي يدور حول محور محدّد مع اختلاف محور الدوران. فعلى سبيل المثال، مقدار القصور الذاتي لعصًا حول محور يمرّ في منتصفها يختلف عن مقدار القصور الذاتي لعصًا حول محور موازٍ يمرّ في أحد طرفيها كما تدلّ القوانين المعطاة سابقًا. ولكن إن أردنا أن تدور العصا السابقة حول محور موازٍ للمحور المارّ بمنتصفها، أي محور يمرّ بنقطة تبعد مسافة d عن نقطة الوسط، فأيّ قانون قد نستخدم؟

هل هناك نظرية تسمح لنا بحساب مقدار القصور الذاتي الدوراني حول أيّ محور موازٍ للمحور المارّ بمركز ثقل الجسم؟ هل نحن بحاجة إلى آلاف المعادلات لحساب القصور الذاتي الدوراني لنستخدمها عند أيّ تغيُّر في موقع محور الدوران؟

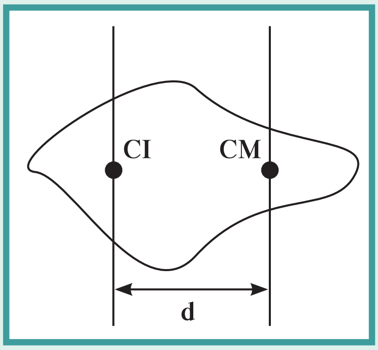
تسمح لنا النظرية التي وضعها هوغنس Huyghens حول المحاور المتوازية بحساب مقدار القصور الذاتي الدوراني لجسم يدور حول أيّ محور موازٍ للمحور المارّ بمركز ثقله ويبعد عنه مسافة d ، وذلك بالنسبة إلى القصور الذاتي الدوراني I_0 للجسم حين يدور حول محور مارّ بمركز ثقله والمفترَض أنّه معلوم دائمًا .

وتُكتَب المعادلة الرياضية على الشكل التالي:

$$\boxed{I = I_0 + md^2}$$

حيث m هي كتلة الجسم وتُقاس بوَحدة kg و d هي المسافة الفاصلة بين موضع المحور المارّ بمركز الثقل I_0 والمحور الجديد الموازي له I وتُقاس بوَحدة m لتكون وَحدة القصور الذاتي الدوراني $kg.m^2$.

ملاحظة: إنّ مقدار القصور الذاتي الدوراني لجسم يدور حول محور يمرّ بمركز الثقل يكون دائمًا مُعطى في المسألة ، ولا حاجة لمعرفة كيفية حسابه .



(شكل 72)

القصور الذاتي الدوراني بالنسبة إلى محور مواز للمحور المار بمركز الكتلة يساوي

$$I = I_0 + md^2$$

حيث m هي كتلة الجسم و d تساوي المسافة بين المحورين .

مثال (1)

أُحسب القصور الذاتي الدوراني للنظام المؤلّف من كرتين من الحديد متماثلتين كتلة الواحدة منهما $m = (5)kg$ ونصف قطرها $r = (5)cm$ مثبّتتين على طرفي عصا كتلتها $m = (2)kg$ وطولها L المسافة بين مركزي كتلة الكرتين تساوي $(2)m$ ، يدور النظام حول محور عمودي يمرّ بنقطة الوسط للعصا كما هو موضّح في الشكل (73) . علمًا أن مقدار القصور الذاتي الدوراني لكلّ من الأجسام الثلاثة حول محور يمرّ بمركز ثقل كلّ منهما يساوي:

$I_{0\ sphere}$ للكرة بالنسبة إلى محور يمرّ بمركز ثقلها $I_{0\ sphere} = \frac{2}{5} mr^2$

$I_{0\ rod}$ للعصا بالنسبة إلى محور يمرّ بمركز ثقلها: $I_{0\ rod} = \frac{1}{12} mL^2$

طريقة التفكير في الحلّ

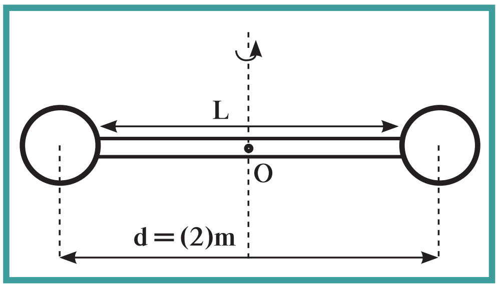
1. حلِّل: أُذكر المعلوم وغير المعلوم .

المعلوم: نصف قطر الكرة $r = (5)cm$

كتلة الكرة $m = (5)kg$

المسافة بين مركزي الكرتين $d = (2)m$

وكتلة العصا $m = (2)kg$



(شكل 73)

مثال (1) (تابع)

غير المعلوم:

القصور الذاتي الدوراني للنظام حول المحور المارّ بنقطة وسط العصا .

2. أُحسب غير المعلوم.

القصور الذاتي الدوراني للنظام حول محور الدوران O يساوي مجموع القصور الذاتي الدوراني لجميع مكوّناته حول المحور نفسه .

أي أنّ: $I_{system} = I_{sphere} + I_{sphere} + I_{rod}$

وبما أنّ الكتلتين متماثلتان:

$$I_{system} = 2I_{sphere} + I_{rod}$$

باستخدام معادلة المحور الموازي، نجد القصور الذاتي الدوراني لكلّ من مكوّنات النظام حول المحور O كما يلي:

$$I_{sphere} = I_0 + md^2$$

$$I_{sphere} = \frac{2}{5}mr^2 + m(\frac{d}{2})^2$$

$$I_{sphere} = \frac{2}{5} \times 5 \times (5 \times 10^{-2})^2 + 5 \times (1)^2$$

$$= 0.005 + 5 = (5.005)kg.m^2$$

$I_{rod} = \frac{1}{12}m.L^2$ ولكن $L = d - 2r$ وعليه:

$$I_{rod} = \frac{1}{12}m \times (d - 2r)^2 = \frac{1}{12}(2)(1.9)^2 = (0.60)kg.m^2$$

وبالتعويض عن المعادلة، نجد أنّ القصور الذاتي الدوراني للنظام:

$$I_{system} = 2I_{sphere} + I_{rod}$$

$$= 2(5.005) + 0.6$$

$$= (10.6)kg.m^2$$

3. **قيِّم:** هل النتيجة مقبولة؟

يتناسب مقدار القصور الذاتي الدوراني للنظام مع المقاييس المعطاة في المسألة .

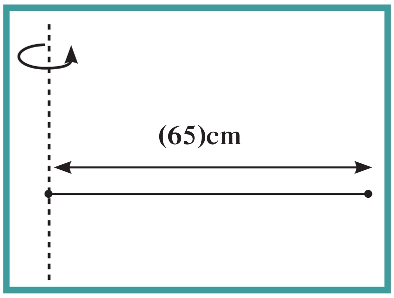
مراجعة الدرس 2-2

أوّلًا – قارِن بين الكتلة والقصور الذاتي الدوراني .

ثانيًا – أُحسب القصور الذاتي الدوراني لأسطوانة مصمتة كتلتها (3)kg وقطرها (20)cm وتتدحرج على منحدر $I_0 = \frac{1}{2} mr^2$.

ثالثًا – تملك كرتان الكتلة نفسها والقطر نفسه ، ولكن واحدة منهما مصمتة والأخرى مجوَّفة تتركّز كتلتها على سطحها . هل تملك هاتان الكرتان القصور الذاتي الدوراني نفسه عندما تدوران حول محور يمرّ بمركز كتلتهما؟ لماذا؟

رابعًا – (أ) أُحسب القصور الذاتي الدوراني لنظام مكوّن من عصا طولها (65)cm وكتلتها مهملة تنتهي بكتلتين نقطيتين متساويتين مقدار كلّ منهما (0.30)kg عندما تدور العصا حول أحد طرفيها (شكل 74) علمًا أنّ $(I_0 = mr^2)$.



(شكل 74)

(ب) أُحسب القصور الذاتي الدوراني للنظام نفسه عندما تدور العصا حول مركز كتلتها .

(جـ) قارِن بين نتيجة (أ) ونتيجة (ب) .

الدرس 2-3

ديناميكا الدوران
Rotational Dynamics

الأهداف العامة

- يطبّق معادلات الحركة الدورانية المنتظمة.
- يعرّف الجسم المصمت.
- يطبّق معادلات الحركة الدورانية المنتظمة العجلة.
- يقارن بين معادلات وقوانين الحركة الخطّية والدورانية.
- يذكر قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة الدورانية.
- يطبّق قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة الدورانية.
- يحسب مقدار الشغل والطاقة الحركية في الحركة الدورانية.
- يعرّف القدرة.

(شكل 75)
تنتج الحركة الخطّية من الحركة الدورانية.

في السنوات السابقة، درسنا كينماتيكا وديناميكا الحركة الخطّية، وتعرّفنا معادلاتها واستخدمنا القوانين الثلاثة لنيوتن في حلّ مسائل الحركة الخطّية. كما درسنا في السنة الماضية كينماتيكا الحركة الدورانية من حركة دورانية منتظمة وحركة دورانية منتظمة العجلة، فتعرّفنا معادلاتها واستخدمناها في إيجاد الإزاحة الزاوية والسرعة الدورانية (الزاوية) والعجلة الزاوية، وغيرها.
أمّا في هذا الدرس، واستكمالًا لما تعلّمناه سابقًا في الحركة، فسنتناول ديناميكا الحركة الدورانية، وسنذكر نصوص القوانين الثلاثة لنيوتن للحركة الدورانية وسنقارن بينها وبين قوانين نيوتن للحركة الخطّية، كما سنستخدم تلك القوانين لتفسير مسائل عملية مرتبطة بحياتنا اليومية وحلّها.

1. الحركة الدورانية المنتظمة والحركة الدورانية المنتظمة العجلة

Uniform Circular Motion and Uniform Varied Circular Motion

نظرًا لأهمّية أنواع الحركة الدورانية في تطبيق قوانين ديناميكا الدوران، نرى من الضروري أن نذكر تعريفات الكينماتيكا الدورانية ومعادلاتها:

(أ) حركة دورانية منتظمة Uniform Circular Motion:

تكون الحركة الدورانية لجسم ما منتظمة حين يقطع الجسم على محيط الدائرة أقواسًا متساوية في أزمنة متساوية. أي أنّ نصف القطر يمسح زوايا متساوية في أزمنة متساوية، وبالتالي يكون مقدار السرعة الزاوية ثابتًا.

$$\boxed{\Delta\theta = \omega t}$$

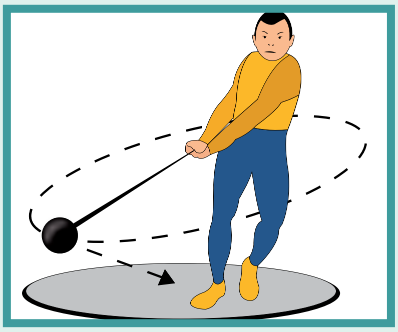
حيث إنّ $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ هي تغيُّر الإزاحة الزاوية وتُقاس بوَحدة rad

و ω هي السرعة الزاوية وتُقاس بوَحدة rad/s بحسب النظام الدولي للوَحدات.

وكذلك يمكن التعبير عن الحركة الدورانية المنتظمة باستخدام:

$$\boxed{\Delta s = vt}$$

علمًا أنّ Δs هي المسافة التي يقطعها الجسم على محيط الدائرة بسرعة خطّية v ثابتة المقدار وتساوي $v = r\,\omega$، حيث تساوي r نصف قطر المسار الدائري.



(شكل 76)

(ب) الحركة الدورانية منتظمة العجلة Uniform Varied Circular Motion:

عندما تتغيّر السرعة الزاوية للجسم المتحرّك حركة دورانية بالنسبة إلى الزمن تغيّرًا منتظمًا، تكون العجلة الزاوية ثابتة، أي أنّ:

$$\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \text{constant}$$

نعرّف الحركة الدورانية بأنّها حركة دورانية منتظمة العجلة.

وتكون إشارة θ'' موجبة عند تسارع الجسم وسالبة عند تباطئه.

يمكن استنتاج معادلات الحركة الدورانية من معادلات الحركة الخطّية المنتظمة $x = vt + x_0$، وذلك بإبدال الإزاحة الخطّية x بالإزاحة الزاوية θ والسرعة الخطّية v بالسرعة الزاوية $\omega = \frac{v}{r}$ والعجلة الخطّية a بالعجلة الزاوية $\theta'' = \frac{a}{r}$.

أمّا معادلات الحركة الدورانية منتظمة العجلة فهي:

$$\omega = \omega_0 + \theta'' t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\theta''\,\theta$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\theta'' t^2$$

2. الكتلة النقطية والجسم المصمت في الحركة الدورانية

The Particle and the Solid in Circular Motion

تعريف الجسم المصمت: **هو نظام من جزيئات تبعد عن بعضها بعضًا مسافات ثابتة، وهو ثابت الشكل لا يتغيّر بتأثير القوى الخارجية أو عزوم القوى، أي أنّه غير قابل للتشكيل أو التشويه.**

عند دراسة الحركة الخطّية، ليس من المهمّ أن نفرّق بين كتلة نقطية أو جسم مصمت، لأنّ حركة الجسم الخطّية تتمثّل بحركة تلك الكتلة النقطية التي هي الجسم نفسه أو بحركة مركز ثقله إن كان جسمًا مصمتًا. ولكنّ الأمر مختلِف في الحركة الدورانية، فإنّ لشكل الجسم وكيفية توزيع كتلته بالنسبة إلى محور الدوران تأثير على حركته. فيمكننا ملاحظة أنّ زمن وصول أسطوانة مفرَغة إلى أسفل المنحدر يختلف عن زمن وصول أسطوانة مصمتة لها نفس الكتلة ونصف القطر، وأنّ تطبيق معادلات الحركة الدورانية على كتلة نقطية يختلف عن تطبيقها على جسم مصمت، وذلك لاختلاف قصورها الذاتي الدوراني، فلا نستطيع على سبيل المثال أن نقول إنّ الحركة الدورانية لجسم مصمت تتمثّل بحركة مركز ثقله.

3. قوانين نيوتن للحركة الدورانية

Newton's Laws of Circular Motion

على الرغم من الاختلاف في طريقة دراسة حركة الجسم بين الحركة الخطّية والدورانية وتحليلها، إلّا أنّ القوانين الثلاثة لنيوتن في الحركة الخطّية لا تزال تُطبّق على الحركة الدورانية:

1.3 القانون الأوّل لنيوتن للحركة الدورانية

Newton's First Law of Circular Motion

هل يستطيع دولاب ساكن أن يُدير نفسه؟ هل يمكن أن نزيد السرعة الزاوية لدولاب يتحرّك بحركة دورانية منتظمة أو أن نُنقِصها من دون تأثير خارجي على الدولاب؟

يعجز الجسم في الحركة الخطّية عن تغيير حالته الحركية من دون أن تؤثّر فيه قوى خارجية. كذلك الأمر في الحركة الدورانية، فالجسم الساكن لا يستطيع تدوير نفسه من سكون أو تغيير حركته الدورانية من دون تأثير عزم قوّة خارجية.

وقد نصّ القانون الأوّل لنيوتن للحركة الدورانية على التالي:

"يبقى الجسم الساكن ساكنًا، والجسم المتحرّك يستمر في حركته الدورانية المنتظمة ما لم يؤثّر عليهما عزم قوّة خارجيّة".

وكما ذكرنا سابقًا، هذا ما يُعرَف بخاصّية القصور الذاتي الدوراني.

2.3 القانون الثاني لنيوتن للحركة الدورانية

Newton's Second Law of Circular Motion

لنأخذ كتلة نقطية (m) موجودة فوق سطح أفقي أملس عديم الاحتكاك ومربوطة بخيط مهمَل الكتلة إلى نقطة O التي تمثّل محور الدوران (شكل 77).

عند تطبيق قوّة مماسّية خارجية $\vec{F}$ عمودية على الخيط، تتحرّك الكتلة النقطية بعجلة خطّية بحسب القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F} = m.\vec{a}$

ولكن من جهة ثانية، إنّ التأثير على الكتلة بالقوّة $\vec{F}$ يؤدّي إلى دوران الجسم حول محور يمرّ بالنقطة O، أي أدّى إلى عجلة دورانية $\theta'' = \frac{a}{r}$،

وبالتعويض في قانون نيوتن، نحصل على:

$$\boxed{F = m.r.\theta''}$$

وينتج عن ضرب طرفي المعادلة بمقدار نصف القطر r:

$$F \times r = m.r^2.\theta''$$

وكما رأينا سابقًا، إنّ $m.r^2$ هي مقدار القصور الذاتي الدوراني I للكتلة النقطية m حول محور الدوران، وإنّ $F \times r$ تساوي مقدار عزم القوّة الخارجية τ وبالتالي تصبح المعادلة على النحو التالي:

$$\boxed{\tau = I \times \theta''}$$

هذه المعادلة هي نتيجة تطبيق القانون الثاني لنيوتن على كتلة نقطية واحدة تدور حول محور ثابت، ولكن يمكن تعميم النتيجة وتطبيقها على نظام يدور حول محور ثابت نتيجة محصّلة عزوم قوى لتصبح:

$$\sum\tau = I \times \theta''$$

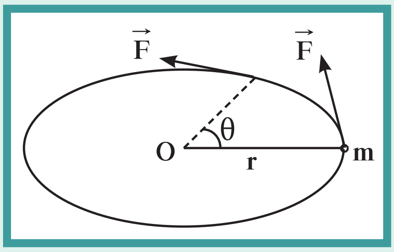
حيث إنّ I تمثّل مقدار القصور الذاتي الدوراني للنظام.

وبالمقارنة بين القانون الثاني لنيوتن للحركة الدورانية وقانونه للحركة الخطّية، نستنتج أنّ عزم القوّة حلّ مكان القوّة وأنّ مقدار القصور الذاتي الدوراني حلّ مكان الكتلة وأنّ العجلة الزاوية حلّت مكان العجلة الخطّية.

كذلك نلاحظ أنّ عزم دوران القوّة والعجلة الزاوية كمّيتان متّجهتان لهما الاتّجاه نفسه تمامًا مثل القوّة والعجلة الخطّية.

وعليه، نكتب نصّ القانون الثاني لنيوتن للحركة الدورانية:

محصّلة عزوم القوى الخارجية المؤثّرة في النظام حول محور دوران ثابت تساوي حاصل ضرب العجلة الدورانية والقصور الذاتي الدوراني حول محور الدوران نفسه.

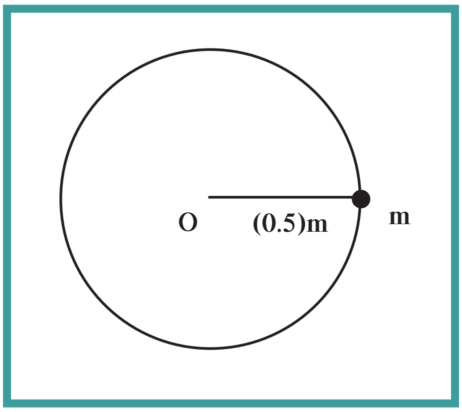


(شكل 77)

تتحرّك الكتلة m على مسار دائري نتيجة قوّة مماسية $\vec{F}$ بعجلة زاوية $\theta'' = \frac{a}{r}$.

مثال (1)

تدور كتلة نقطية $m = (2)kg$ حول محور ثابت يبعد عنها $(50)cm$ بتأثير محصّلة عزوم قوى خارجية ثابتة τ كما بالشكل (78).



(شكل 78)

بدأت الكتلة حركتها من سكون واكتسبت سرعة بتردد f مقداره $(2)rev/s$ في خلال $(3.14)s$.

(أ) أُحسب العجلة الزاوية.

(ب) أُحسب محصّلة عزوم القوى الخارجية τ.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: الكتلة: $m = (2)kg$

نصف القطر $r = (50)cm$

السرعة الزاوية الابتدائية: $\omega_0 = (0)rad/s$

السرعة الزاوية بعد $(3.14)s$ $\omega = 2\pi f = (12.566)rad/s$

غير المعلوم: **(أ)** مقدار العجلة الزاوية

(ب) محصّلة عزوم القوى الخارجية

2. أُحسب غير المعلوم.

(أ) بتطبيق معادلات الحركة الدورانية منتظمة العجلة، وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نجد:

$$\omega = \omega_0 + \theta''t = \theta''t \Rightarrow \theta'' = \frac{\omega}{t} = \frac{12.566}{3.14} = (4)rad/s^2$$

(ب) بحساب مقدار القصور الذاتي الدوراني للكتلة النقطية حول محور الدوران:

$$I = m.r^2 = 2 \times (0.5)^2 = (0.5)kg.m^2$$

بالتعويض عن المقادير في معادلة القانون الثاني لنيوتن، نحصل على محصّلة عزوم القوى الخارجية:

$$\sum\tau = I.\theta'' = 0.5 \times 4 = (2)N.m$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

النتيجة مقبولة وتتلاءم مع المقادير المعطاة في المسألة.

مثال (2)

يدور برغي حول محور يمرّ بمركز كتلته بتردد $(3600)rev/min$. وفي لحظة $t = (0)s$ يؤثّر عليه عزم الازدواج ثابت بعكس اتّجاه الدوران يؤدّي إلى توقّفه عن الدوران بعد دقيقة واحدة . علمًا أنّ القصور الذاتي الدوراني له يساوي $I = (0.2)kg.m^2$ ، أحسب:

(أ) عزم الدوران الذي أدّى إلى توقّفه .

(ب) عدد الدورات التي أكملها البرغي من لحظة تأثير الازدواج حتّى توقّفه .

طريقة التفكير في الحلّ

1. **حلّل:** أذكر المعلوم وغير المعلوم .

المعلوم: القصور الذاتي الدوراني: $I = (0.2)kg.m^2$

$$f = \frac{3600}{60} = 60\,rev/s$$

السرعة الزاوية الابتدائية: $\omega_0 = 2\pi f = (120\pi)rad/s$

السرعة الزاوية بعد $(1)min$: $\omega = (0)rad/s$

غير المعلوم: (أ) عزم الازدواج ؟ = τ

(ب) عدد الدورات قبل التوقّف ؟ = N

2. **أحسب غير المعلوم.**

(أ) باستخدام القانون الثاني لنيوتن للحركة الدورانية:

$$\Sigma\tau = I.\theta'' \Rightarrow \theta'' = \frac{\Sigma\tau}{I}$$

نستنتج أنّ الحركة دورانية منتظمة العجلة لأنّ العجلة الزاوية ثابتة .

باستخدام معادلات الحركة الخطّية منتظمة العجلة:

$$\omega = \theta''t + \omega_0 \Rightarrow \theta'' = -\frac{\omega_0}{t} = \frac{-120\pi}{60} = (-2\pi)rad/s^2$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة ، نجد: $\tau = I.\theta'' = 0.2 \times (-2\pi) = (-1.256)N.m$

(ب) وبإيجاد الإزاحة الزاوية في خلال مدّة التوقّف:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\theta''.t^2 + \omega_0.t = \frac{1}{2}(-2\pi)(60^2) + (120\pi)(60) = (3600\pi)rad$$

وبما أنّ الدورة الواحدة تمثّل إزاحة زاوية مقدارها $(2\pi)rad$ ، نجد أنّ عدد الدورات التي أكملها البرغي قبل توقّفه يساوي:

$$N = \frac{3600\pi}{2\pi} = 1800 \text{ دورة}$$

3. **قيّم:** هل النتيجة مقبولة؟

تؤكّد الإشارة السالبة للعجلة على أنّ حركة البرغي هي حركة منتظمة العجلة تناقصية ، وأنّ مقدار العجلة الصغير نسبيًّا يسمح للبرغي بأن يُكمِل عددًا كبيرًا من الدورات قبل أن يتوقّف نهائيًّا كما أظهرت النتيجة .

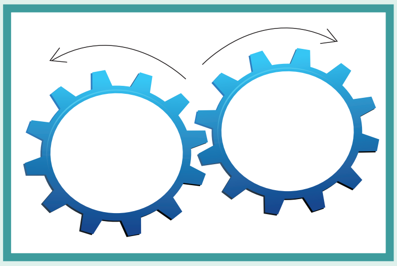
3.3 القانون الثالث لنيوتن للحركة الدورانية

Newton's Third Law of Circular Motion

درسنا في الحركة الخطّية القانون الثالث لنيوتن الذي ينصّ أن لكلّ فعل ردّ فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتّجاه. أمّا في الحركة الدورانية، فنلاحظ أيضًا أنّ تدوير عجلة مسنّنة في اتّجاه معيّن يجعل عجلة مسنّنة أخرى متداخلة معها تدور في اتّجاه معاكس كما في الشكل (79)، أي أنّ العزم الذي أدار العجلة الأولى أثّر بعزم معاكس على العجلة الثانية، ونجد هذه الظاهرة في كثير من المحرّكات.

وعليه، نستنتج نصّ القانون الثالث لنيوتن:

"لكلّ عزم قوّة، عزم قوّة مضادّ له (يساويه في المقدار ويُعاكِسه في الاتّجاه)".



(شكل 79)

تدور العجلات المسنّنة في اتّجاهين متعاكستين.

4. المماثلة بين الحركة الدورانية والحركة الخطّية

Similarities Between Circular Motion and Linear Motion

4.1 الشغل الناتج عن عزم قوّة منتظمة

Work Done by a Constant Moment

بعد أن درسنا القوانين الثلاثة لنيوتن في الحركة الدورانية، ولاحظنا التماثل بينها وقوانين الحركة الخطّية بإبدال القوّة بعزم القوّة، والكتلة بالقصور الذاتي الدوراني، والإزاحة الخطّية بالإزاحة الزاوية، والسرعة الخطّية بالسرعة الزاوية يمكننا أن نستنتج أنّ معادلة الشغل الناتج عن عزم قوّة τ في إزاحة كتلة بإزاحة زاوية θ هي:

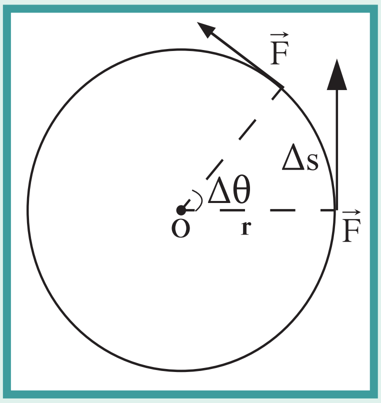
$$\boxed{W = \tau \times \theta}$$

ولبرهنة هذه النتيجة، نأخذ كتلة نقطية تتحرّك تحت تأثير قوّة منتظمة $\vec{F}$ مماسّية للمسار الدائري (شكل 80) بإزاحة على المنحنى تساوي Δs حيث يصبح الشغل الناتج عن القوّة المنتظمة يساوي:

$$W = F.\Delta s = F.r.\Delta\theta = F.r.(\theta - \theta_0) = F.r.\theta$$

باعتبار $\theta_0 = (0)\text{rad}$ لأنّ الجسم انطلق من الخطّ المرجعي، وبما أنّ حاصل ضرب القوّة بالمسافة العمودية بين نقطة التأثير ومحور الدوران يساوي عزم القوّة، نستنتج أنّ الشغل W يساوي:

$$W = \tau \times \theta$$



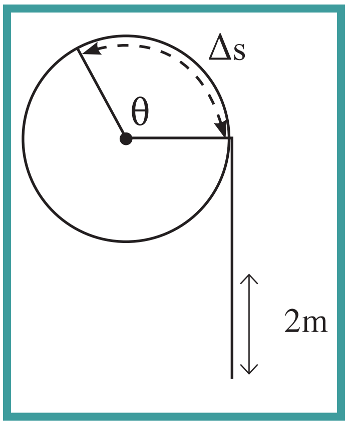
(شكل 80)

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

$$\Delta s = r.\Delta\theta$$

مثال (3)

حبل ملفوف حول قرص حديدي قطره $(2)m$ وكتلته $(5)kg$. أُحسب الشغل الناتج عن سحب الحبل بقوّة ثابتة تساوي $(50)N$ لمسافة مترين إلى الأسفل (شكل 81) .



(شكل 81)

طريقة التفكير في الحل

1. **حلّل:** أُذكر المعلوم وغير المعلوم .

المعلوم: نصف قطر القرص: $r = (1)m$

كتلة القرص: $m = (5)kg$

القوّة المماسّية: $F = (50)N$

مسافة سحب الحبل: $d = (2)m$

غير المعلوم:

الشغل

2. أُحسب غير المعلوم.

باستخدام معادلة الشغل للحركة الدورانية $W = \tau \times \theta$

$$W = F \times r \times \theta = 50 \times r \times (\frac{d}{r}) = 50 \times 2 = (100)J$$

3. **قيّم:** هل النتيجة مقبولة؟

باستخدام معادلة الأبعاد ، نتحقّق من صحّة نتيجة المسألة .

4.2 الطاقة الحركية في الحركة الدورانية

Kinetic Energy in Circular Motion

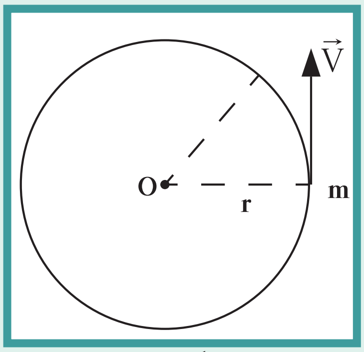
عرفنا في درس الطاقة والشغل أنّ معادلة الطاقة الحركية الدورانية لجسم يدور بسرعة دورانية ω تساوي $KE = \frac{1}{2} I \times \omega^2$.

ولكن بعد أن تعلّمنا العلاقة بين السرعة الخطّية والسرعة الدورانية ، ومماثلة الحركة الخطّية والدورانية ، يمكننا استنتاج معادلة الطاقة الحركية الدورانية من معادلة الطاقة الحركية الخطّية بإبدال الكتلة (m) بالقصور الذاتي الدوراني I والسرعة الخطّية v بالسرعة الدورانية ω.

كما يمكننا أن نُبرهِن صحّة النتيجة كما يلي:

لنأخذ كتلة نقطية تدور بسرعة مماسّية v على مسار دائري ، نجد أنّ معادلة الطاقة الحركية الخطّية للكتلة النقطية (m) التي تتحرّك بسرعة خطّية v على المسار الدائري حول محور ثابت (شكل 82) تساوي:

$$KE = \frac{1}{2} m \times v^2$$



(شكل 82)

كتلة نقطية تدور بسرعة مماسّية v حول محور في مسار دائري .

وباستبدال $v = r . \omega$، نكتب $KE = \frac{1}{2} m . r^2 . \omega^2$. ولكن mr^2 تمثّل القصور الذاتي الدوراني (I) للكتلة (m) حول محور الدوران، وبالتالي نستنتج أنّ معادلة الطاقة الحركية الدورانية تساوي:

$$\boxed{KE = \frac{1}{2} I \times \omega^2}$$

4.3 القدرة Power

عرّفنا أنّ القدرة Power هي المعدّل الزمني لإنجاز الشغل ويُعبَّر عنها بالمعادلة التالية:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

وهي تُقاس القدرة بحسب النظام الدولي للوَحدات بوَحدة Watt. وفي الحركة الخطّية وبتأثير قوّة منتظمة $\vec{F}$ فإنّ القدرة تساوي: $P = F.(\frac{dx}{dt})$.

ونستنتج بالمماثَلة بين الحركة الدورانية والحركة الخطّية أنّ القدرة نتيجة عزم قوّة τ تساوي:

$$P = \tau \times \frac{d\theta}{dt} = \tau \times \omega$$

مثال (4)

قرص مصمت كتلته $m = (1)kg$ ونصف قطره $r = (50)cm$ قصوره الذاتي الدوراني يساوي $I = \frac{1}{2} m.r^2$. طُبِّق عليه عزم قوّة منتظمة مقداره $\tau = (5)N.m$ يبدأ دورانه من سكون.
أُحسب القدرة التي يبذلها عزم القوّة في ثانيتين.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلِّل: أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: نصف قطر القرص: $r = (0.5)m$

كتلة القرص: $m = (1)kg$

عزم القوّة المؤثّرة: $\tau = (5)N.m$

زمن التأثير: $t = (2)s$

غير المعلوم:

القدرة

2. أُحسب غير المعلوم.

معادلة القدرة هي: $P = \tau.\omega$

الحركة هي حركة دورانية منتظمة العجلة بما أنّ عزم القوّة ثابت وبالتالي: $\omega = \theta''.t + \omega_0$

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن للحركة الدورانية: $\Sigma\tau = I \times \theta''$، نجد أنّ $\theta'' = \frac{\tau}{I}$ وبالتالي تساوي السرعة الزاوية:

$$\omega = \theta''.t + \omega_0 = \frac{\tau}{I} \times t$$

مثال (4) (تابع)

وبالتعويض عن معادلة القدرة، نحصل على:

$$\tau = I\,\theta'' \Rightarrow \theta'' = \frac{\tau}{I}$$

$$P = \tau.\,\omega$$

$$\omega = \omega_0 + \theta''t$$

$$P = \tau.\,\theta''t = \tau\,(\frac{\tau}{I})\,t = \tau^2\frac{t}{I} = \frac{(\tau)^2.\,t}{\frac{1}{2}\,mr^2} = \frac{2(\tau)^2 \times t}{mr^2}$$

$$= \frac{2 \times 5^2 \times 2}{1 \times 0.5^2} = (400)W$$

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

النتيجة منطقية تتلاءم مع المقادير المعطاة، أي كتلة القرص ومقدار عزم القوّة وزمن التأثير.

مراجعة الدرس 2-3

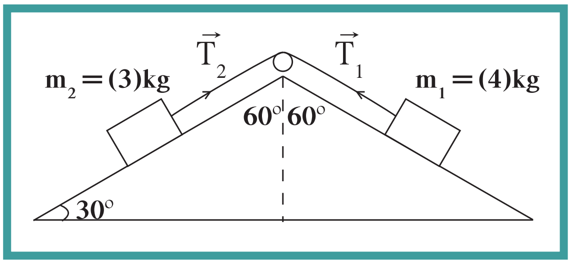
حيثما لزم الأمر اعتبر أنّ $g = (10)m/s^2$

أوّلًا – اِشرح لماذا حاصل جمع العزوم المؤثّرة في جسم يدور بسرعة زاوية ثابتة يساوي صفرًا.

ثانيًا – تدور عجلة درّاجة قطرها $(1.5)m$ وكتلتها $m = (4)kg$ مركّزة على سطح العجلة الخارجي حول مركز كتلتها تحت تأثير عزم قوّة مماسية مقدارها $F = (6)N$. تنطلق حركة دوران هذه العجلة من السكون في $t = (0)s$. أُحسب عدد الدورات التي تُكمِلها العجلة في $\Delta t = (5)s$.

ثالثًا – تُطلَق صخرة كروية الشكل قطرها $(30)cm$ صعودًا على منحدر يميل على الأفق 15° بسرعة زاوية مقدارها $(40)rad/s$. تتدحرج هذه الصخرة صعودًا من دون أن تنزلق. أُحسب الارتفاع h الذي وصلت إليه هذه الصخرة عند توقّفها، علمًا أنّ القصور الذاتي الدوراني للكرة حول محور يمرّ بمركزها الهندسي ويساوي: $I = \frac{2}{5}\,mr^2$.

رابعًا – تُعلَّق كتلة مقدارها $m_1 = (4)kg$ بحبل عديم الوزن بكتلة مقدارها $m_2 = (3)kg$، ويمرّ الحبل في تجويف بكرة نصف قطرها $(0.60)m$ وقصورها الذاتي الدوراني حول محور الدوران يساوي (0.5) $kg\,m^2$، كما هو موضَّح في الشكل (105).



(شكل 83)

(أ) أُحسب تسارع الكتلتين.

(ب) أُحسب مقدار القوّتين $\vec{T}_1$ و $\vec{T}_2$.

خامسًا – تُستخدَم بكرة قطرها $(1.2)m$ وكتلتها $(5)kg$ لإنزال وعاء مياه فارغ كتلته $(3)kg$ عن سطح أحد الأبراج، يسقط الوعاء من السكون لمدّة $(4)s$. اِستخدِم القصور الذاتي الدوراني للبكرة $I = \frac{1}{2}\,mr^2$.

(أ) أُحسب العجلة الخطّية للوعاء.

(ب) ما هي المسافة التي قطعها الوعاء خلال $(4)s$؟

(جـ) أُحسب العجلة الزاوية للبكرة.

الدرس 2-4

كمّية الحركة الزاوية (L)
Angular Momentum

الأهداف العامة

- يعرّف كمّية الحركة الزاوية لكتلة تدور حول محور.
- يعرّف كمّية الحركة الزاوية لنظام يدور حول محور.
- يستنتج العلاقة بين كمّية الحركة الزاوية والسرعة الزاوية.
- يذكر نصّ قانون كمّية الحركة الزاوية.
- يذكر العلاقة بين كمّية الحركة الزاوية وعزم الدوران.
- يستنتج قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة الزاوية.
- يفسّر بعض المشاهدات اعتمادًا على مبدأ حفظ (بقاء) كمّية الحركة الزاوية.
- يطبّق قانون حفظ كمّية الحركة الزاوية في حلّ مسائل عددية.

(شكل 84)

درسنا سابقًا، أنّ لكلّ جسم متحرّك على مسار خطّي قصور ذاتي للحركة وهو كمّية الحركة الخطّية للجسم، وأطلقنا عليه تسمية كمّية الحركة من دون الإشارة إلى أنها خطّية لأنّنا في تلك الدروس لم نكن قد تطرّقنا بعد إلى الحركة الدورانية.

ولكن بعد أن درسنا القوانين الثلاثة لنيوتن في الحركة الدورانية وتعرّفنا مفهوم القصور الذاتي الدوراني للأجسام التي تدور حول محور محدّد وكيف أنّ هذه الأجسام تستمرّ في دورانها إلى أن يطرأ عليها ما يوقِفها.
سنُضيف في هذا الدرس، إلى ما تعلّمناه، مفهوم كمّية الحركة الزاوية للأجسام التي تتحرّك بحركة دورانية حول محور محدّد، لتكتمل لدينا كافّة المفاهيم المتعلّقة بالحركة، خطّية كانت أم دورانية أو مركّبة من الاثنين معًا.

1. تعريف كمّية الحركة الزاوية

Definition of Angular Momentum

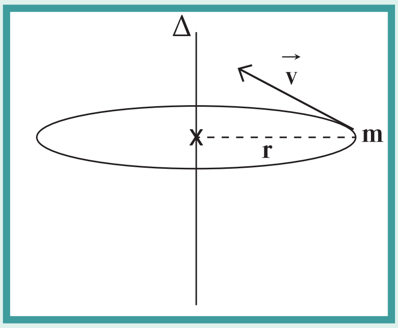
عرّفنا كمّية الحركة الخطّية للجسم المتحرِّك حركة خطّية بأنّها القصور الذاتي للجسم. وبالمثل، القصور الذاتي الدوراني للأجسام التي تتحرّك حركة دائرية يُسمّى كمّية الحركة الزاوية ويُمثَّل بالحرف اللاتيني L.
وبالمماثَلة مع كمّية الحركة الخطّية **فإنّ كمّية الحركة الزاوية هي كمّية متّجَهة مقدارها يساوي حاصل ضرب القصور الذاتي الدوراني في السرعة الزاوية**. بالنسبة لجسم يدور حول محور معيّن:

$$\boxed{L = I.\ \omega}$$

أمّا اتّجاهها فهو اتّجاه متّجَه السرعة الدورانية على طول محور الدوران.
ولكن في هذا الدرس، لن نتطرّق إلى الاتّجاه بطريقة رياضية بل سنُشير إليه لفهم بعض المشاهدات الحياتية.
تُقاس كمّية الحركة الزاوية بحسب النظام الدولي للوَحدات بوَحدة $kg.m^2/s$.

1.1 كمّية الحركة الزاوية لكتلة نقطية تدور حول محور ثابت

Angular Momentum of a Particle Rotating About a Fixed Axis



(شكل 85)
تتحرّك الكتلة (m) حول المحور (Δ) بسرعة مماسّية v بالاتّجاه الموجب.

لنأخذ كتلة نقطية m تدور حول محور ثابت Δ بالاتّجاه الموجب، بسرعة دورانية مقدارها ω، مقدار السرعة الخطّية للكتلة يساوي $v = r.\ \omega$. حيث r هي المسافة العمودية بين الكتلة ومحور الدوران واتّجاهها مماسّي للمسار الدائري الشكل (85). بالتعويض عن المقادير في المعادلة، نجد أنّ:

$$L = m.v.r$$

$$v = r.\ \omega$$

$$\boxed{L = m.r^2.\omega}$$

$$\boxed{L = I.\ \omega}$$

أي في حالة كتلة نقطية تدور حول محور ثابت، مقدار كمّية الحركة الزاوية يساوي حاصل ضرب كمّية الحركة الخطّية في نصف قطر المسار الدائري.

2.1 اتّجاه كمّية الحركة الزاوية

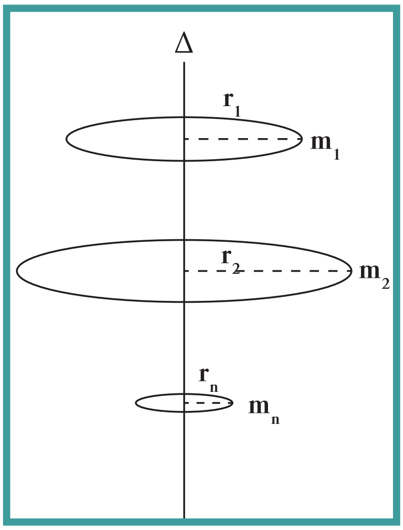
Direction of Angular Momentum

لقد أشرنا سابقًا إلى أنّنا لن نتناول اتّجاه كمّية الحركة باستخدام ضرب المتّجهات بل سنعتمد الاصطلاح التالي:
اتّجاه كمّية الحركة الزاوية هو دائمًا على طول محور الدوران ويكون إلى خارج الصفحة عندما تدور الكتلة بالاتّجاه الموجب (عكس عقارب الساعة)، وبالتالي تكون كمّية الحركة الزاوية موجبة، والعكس صحيح، فعندما تدور الكتلة بالاتّجاه السالب (مع عقارب الساعة) يكون متّجه كمّية الحركة الزاوية داخل الصفحة على طول محور الدوران، وتكون كمّية الحركة الزاوية سالبة.

1.3 كمّية الحركة الزاوية لنظام يدور حول محور ثابت

Angular Momentum For a System Rotating Around a Fixed Axis

فلنأخذ نظامًا مؤلّفًا من مجموعة من الكتل النقطية تدور حول محور ثابت كما في الشكل (86). **إنّ كمّية الحركة الزاوية للنظام بالنسبة إلى محور الدوران Δ في أيّ لحظة زمنية تساوي مجموع كمّية الحركة الزاوية لأجزائه بالنسبة إلى المحور Δ.**



(شكل 86)

نظام مؤلّف من عدد من الكتل النقطية تدور حول المحور الثابت Δ.

$$L_{system} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_n$$
$$= m_1 . r_1^2 . \omega_1 + m_2 . r_2^2 . \omega_2 + \ldots + m_n . r_n^2 . \omega_n = \sum m_i r_i^2 \omega_i$$

وبما أنّ جميع كتل النظام لها السرعة الدورانية نفسها، نستنتج أنّ كمّية الحركة الزاوية للنظام تساوي:

$$L_{system} = I_{system} . \omega$$

حيث إنّ $\sum m_i . r_i^2 = I_{system}$ تساوي القصور الذاتي الدوراني للنظام.

$$L_{system} = \sum m_i . r_i^2 \omega$$

فقرة إثرائية

الفيزياء والتكنولوجيا

الطائرة المروحية

ماذا يحدث إذا كان للطائرة المروحية مروحة واحدة بدلًا من اثنتين؟
يُصدِر محرّك الطائرة عزمًا داخليًّا للنظام وبذلك تكون كمّية الحركة الزاوية للطائرة محفوظة وتساوي صفرًا. يعني ذلك أنّ جسم الطائرة سيدور عند الإقلاع باتّجاه معاكس لدوران المروحة، ولهذا تُثبَّت على أحد جوانب الذيل مروحة صغيرة تدور بشكل رأسي متعامِد على المروحة الرئيسة، للتحكّم باتّجاه الطائرة، ولتتغلّب الطائرة على ردّ الفعل المضادّ لدوران المروحة الرئيسة.
كما تُجهَّز طائرات بمروحة أخرى كبيرة تدور باتّجاه عكسي للمروحة الأولى، ما يجعل محصّلة كمّية الحركة الزاوية على الطائرة تساوي صفرًا ويمنع دورانها.

مثال (1)

كتلتان نقطيتان تدوران حول محور ثابت، لهما مقدار القصور الذاتي نفسه ويساوي: $(1 \times 10^{-3})\ kg.m^2$.
تدور الكتلة الأولى بسرعة زاوية $(5)rad/s$ بالاتّجاه الموجب، بينما تدور الكتلة الثانية بسرعة زاوية $(8)rad/s$ بالاتّجاه المعاكس.

(أ) أُحسب مقدار كمّية الحركة الزاوية لكلّ كتلة على حدة حول محور الدوران.

(ب) احسب كمّية الحركة الزاوية للنظام حول محور الدوران.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: القصور الذاتي الدوراني لكلّ كتلة: $I_1 = I_2 = (1 \times 10^{-3})kg.m^2$

السرعة الزاوية للكتلة الأولى: $\omega_1 = (5)rad/s$ بالاتّجاه الموجب.

السرعة الزاوية للكتلة الثانية: $\omega_2 = (8)rad/s$ بالاتّجاه السالب.

غير المعلوم: **(أ)** كمّية الحركة الزاوية L_1 و L_2 لكلّ كتلة

(ب) كمّية الحركة الزاوية للنظام L_{system}

2. أُحسب غير المعلوم.

(أ) باستخدام معادلة كمّية الحركة الزاوية وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$L_1 = I_1.\omega_1 = 1 \times 10^{-3} \times 5 = (5 \times 10^{-3})kg.m^2/s$$

كمّية الحركة موجبة لأنّ الكتلة تدور بالاتّجاه الموجب.

$$L_2 = I_2.\omega_2 = 1 \times 10^{-3} \times (-8) = (-8 \times 10^{-3})kg.m^2/s$$

كمّية الحركة سالبة لأنّ الكتلة تدور بالاتّجاه السالب.

(ب) كمّية الحركة الزاوية للنظام المؤلّف من كتلتين بالنسبة إلى محور الدوران Δ في أيّ لحظة زمنية تساوي محصّلة كمّية الحركة الزاوية لكلّ كتلة بالنسبة إلى المحور Δ، أي أنّ:

$$L_{system} = L_1 + L_2$$

وبالتعويض عن مقادير كمّية الحركة الزاوية لكلّ كتلة، نجد:

$$L_{system} = L_1 + L_2$$
$$= 5 \times 10^{-3} + (-8 \times 10^{-3}) = (-3 \times 10^{-3})kg.m^2/s$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

تؤكّد النتيجة السالبة لكمّية الحركة الزاوية صحّة الإجابة، حيث إنّ محصّلة كمّية الحركة الزاوية تكون باتّجاه الكتلة ذات السرعة الزاوية الأكبر، فكمّية الحركة الزاوية تتناسب طرديًّا مع مقدار السرعة الزاوية.

2. كمّية الحركة الزاوية (L) وعزم الدوران (τ)

Angular Momentum and Moment

كما نعلم، محصّلة القوى الخارجية المؤثّرة في الجسم تؤدّي إلى تعجيل حركته، وبالتالي تتسبّب في تغيُّر كمّية الحركة الخطّية له. بالمثل، إنّ محصّلة عزم القوّة، وبحسب القانون الثاني لنيوتن للحركة الزاوية، تؤدّي إلى حركة الجسم بعجلة دورانية وبالتالي إلى تغيير سرعته الزاوية.

أي أنّ محصّلة عزوم القوى الخارجية تسبّب تغيير كمّية الحركة الزاوية للجسم. ويمكن التعبير عن ذلك بالمعادلة الرياضية التالية التي تمثّل قانون كمّية الحركة الزاوية:

$$\boxed{\Sigma\tau = \frac{dL}{dt}}$$

ويمكن التوصّل إلى قانون كمّية الحركة الزاوية باستخدام القانون الثاني لنيوتن للحركة الدورانية:

$$\boxed{\Sigma\tau = I.\theta'' = I.\frac{d\omega}{dt}}$$

وبالتالي

$$\Sigma\tau = \frac{d(I.\omega)}{dt}$$

$$\therefore L = I.\ \omega$$

$$\Rightarrow \Sigma\tau = \frac{dL}{dt}$$

وعليه، نُصيغ قانون كمّية الحركة الزاوية كما يلي:

معدّل كمّية الحركة الزاوية حول محور ثابت بالنسبة إلى الزمن يساوي محصّلة عزوم القوى الخارجية المؤثّرة في الجسم حول المحور نفسه.

3. حفظ كمّية الحركة الزاوية

Conservation of Angular Momentum

إذا كانت محصّلة عزوم القوى الخارجية المؤثّرة في النظام المعزول تساوي صفرًا، تبقى كمّية الحركة الزاوية للنظام ثابتة في المقدار والاتّجاه. ويُعبَّر عن قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة الزاوية، رياضيًّا، بالمعادلة التالية:

$$\boxed{\Sigma\tau = 0 \Rightarrow \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L_i = L_f \Rightarrow I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f}$$

أي أنّ كمّية الحركة الزاوية الابتدائية للنظام تساوي كمّية الحركة الزاوية النهائية للنظام.

الحركة الخطية	الحركة الدورانية
x	$\theta = \frac{x}{r}$
v	$\omega = \frac{v}{r}$
a	$\theta'' = \frac{a}{r}$
m	I
F	τ
$x = vt + x_0$	$\theta = \omega t + \theta_0$
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ $v = at + v_0$	$\theta = \frac{1}{2}\theta''t^2 + \omega_0 t$ $\omega = \theta''t + \omega_0$
$\Sigma F = m \times a$	$\Sigma\tau = I \times \theta''$
$W = F \times d$	$W = \tau \times \theta$
$KE = \frac{1}{2}m.v^2$	$KE = \frac{1}{2}I.\omega^2$
$p = mv$	$L = I\omega$
$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$	$\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$

(جدول 2)

(شكل 87)
راكب درّاجة يتحرك في مسار دائري

4. تطبيقات على حفظ (بقاء) كمّية الحركة الزاوية

Applications on Conservation of Angular Momentum

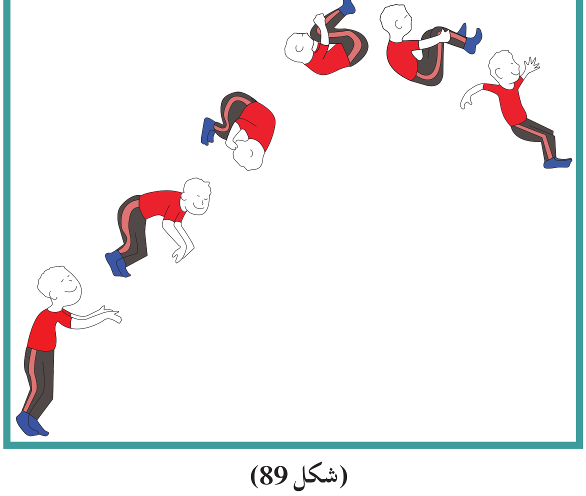
ومن التطبيقات العملية على حفظ (بقاء) كمّية الحركة الزاوية:

(1) تغيُّر السرعة الدورانية للمتزلّج على الجليد عندما تقوم بتغيير مقدار القصور الذاتي الدوراني بتغيُّر وضعية جسمها (شكل 88).

(شكل 88)
متزلّج جليد

(2) لاعب الجمباز عندما يدور بحرّية في غياب عزم قوّة غير متوازن على جسمه، ممّا يجعل كمّية الحركة الزاوية ثابتة عند تحريك بعض أجزاء الجسم باتّجاه محور الدوران أو بعيدًا عنه ممّا يغيّر قصوره الذاتي الدوراني (شكل 89) وهذا يفسّر حفظ (بقاء) كمّية الحركة الزاوية.

(3) صعوبة سقوط راكب الدراجة عنها عندما تكون متحرِّكة بسرعة أكثر بينما يكون سقوطه أسهل عندما تكون ساكنة. فإن دارت عجلة درّاجة بمستوى معيّن لا يمكن تغيير مستوى دورانها بسهولة ما لم يؤثّر فيها عزم جانبي خارجي لأنّ العجلة تملك استمرارية في الدوران في مستواها لامتلاكها كمّية حركة زاوية كبيرة تساعد راكب الدرّاجة على التوازن أثناء الحركة.



(شكل 89)
يتمّ التحكّم بالسرعة الزاوية بواسطة التغيّر في القصور الذاتي الدوراني للجسم مع الاحتفاظ بكمّية الحركة الزواية، وذلك أثناء الشقلبة الأمامية.

5. تغيُّر القصور الذاتي الدوراني للنظام

Change in Moment of Inertia

يقف الرجل في الشكل (90) على منضدة دوّارة ذات احتكاك مهمَل، ويحمل في يديه الممدودتين أوزانًا ضخمة تجعل مقدار قصوره الذاتي الدوراني كبير I_i، ولهذا يدور ببطء حول محور الدوران كما في الشكل (90 أ). ولكن إذا قام بثني يده نحو جسمه فإنّ قصوره الذاتي الدوراني I_f سوف يقلّ إلى حدّ كبير كما في الشكل (90 ب). فما هي نتيجة تغيُّر القصور الذاتي الدوراني على حركته؟ هل ستزيد سرعته ولماذا؟

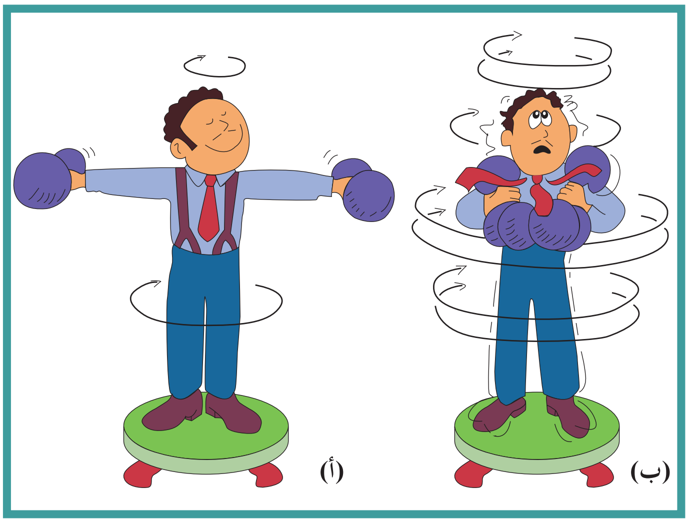
القوّة الخارجية المؤثّرة في النظام هي: وزن الجسم والأوزان واتّجاهها عمودي إلى الأسفل. هذا يعني أنّ عزم دورانها حول محور الدوران يساوي صفرًا.

قوّة ردّ فعل المنضدة على الرجل عمودية إلى الأعلى، ويساوي عزم دورانها حول محور الدوران صفرًا، وبالتالي محصّلة عزوم القوى الخارجية المؤثّرة في النظام تساوي صفرًا، أي أنّ كمّية الحركة الزاوية للنظام محفوظة:

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L_i = L_f$$

$$\boxed{I_i.\omega_i = I_f.\omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{I_i\omega_i}{I_f}}$$

وبما أنّ $I_f < I_i$ نستنتج أنّ $\omega_i < \omega_f$ وهذا يفسّر سبب زيادة سرعة الرجل الدورانية بعد ثني يديه.

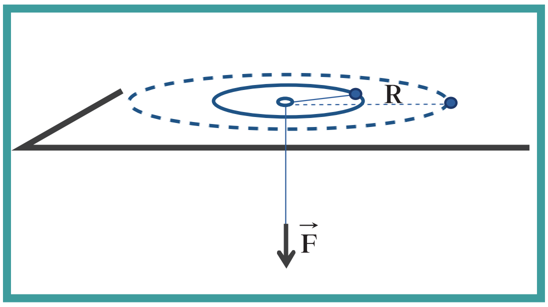


(شكل 90)

يقلّ القصور الذاتي الدوراني عندما يطوي الرجل ذراعيه أثناء دورانه ما يزيد من سرعته الزاوية.

مثال (2)

تدور كرة صغيرة كتلتها (100)g مربوطة بخيط مهمل الكتلة، يمرّ طرفه الآخر في ثقب، على سطح أفقي أملس في مسار دائري نصف قطره $r = (60)cm$ بسرعة مماسّية ثابتة المقدار $v = (2.8)m/s$ (شكل 91). خلال لحظة t، يُشَدّ بالخيط ليصبح نصف قطر المسار الدائري $r' = (30)cm$.
أُحسب مقدار السرعة الزاوية النهائية للكرة بعد شد الخيط.



(شكل 91)

طريقة التفكير في الحلّ

1. **حلّل:** أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: الكتلة: $m = (100)g$

نصف القطر: $r = (60)cm$

السرعة الابتدائية المماسّية: $v = (2.8)m/s$

نصف القطر بعد شدّ الخيط: $r' = (30)cm$

غير المعلوم:

السرعة الزاوية النهائية للكرة بعد شدّ الخيط ؟ $= \omega_f$

2. **أُحسب غير المعلوم.**

حركة الكرة هي حركة دائرية منتظمة بما أنّ السرعة المماسّية للكرة ثابتة. نستنتج أنّ محصّلة عزوم القوى المؤثّرة تساوي صفرًا، وبالتالي كمّية الحركة الزاوية محفوظة.

وبتطبيق قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة الزاوية: $L_i = L_f$

$$I_i.\omega_i = I_f.\omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{I_i.\omega_i}{I_f} = \frac{(m.r^2).\omega_i}{m.r'^2}$$

وبما أنّ $v = r\omega$ وبالتعويض عن المقادير في المعادلة، نحصل على:

$$\omega_f = \frac{r.v}{r'^2}$$

$$\omega_f = \frac{0.6 \times 2.8}{(0.3)^2} = (18,66)\ rad/s$$

3. **قيِّم:** هل النتيجة مقبولة؟

يعني تقصير طول الخيط تناقص مقدار القصور الذاتي الدوراني للنظام، وبالتالي زيادة السرعة الزاوية النهائية للنظام. وبحساب السرعة الزاوية الابتدائية التي تساوي $\omega_i = \frac{v}{r} = (4.7)rad/s$، وبمقارنتها بالسرعة الزاوية النهائية، تبيّن لنا بوضوح زيادة السرعة الزاوية عند تقليل القصور الذاتي الدوراني فنتحقّق بذلك من صحّة الإجابة.

مراجعة الدرس 2-4

أوّلًا – إذا كانت المتزلّجة على الجليد التي تدور مغزليًّا تثني ذراعيها كي تُقلّل عزم قصورها الذاتي الدوراني إلى النصف، فبأيّ قدر يزداد معدّل دورانها المغزلي؟

ثانيًا – ماذا يحدث لكمّية الحركة الزاوية للاعب الجمباز عندما يغيّر ترتيب جسمه أثناء شقلبته؟ وماذا يحدث لسرعته الزاوية؟

ثالثًا – يقف ولد كتلته $m = (45)kg$ على حافّة منضدة دوّارة كتلتها $m' = (200)kg$ ونصف قطرها $(3)m$. تدور هذه المنضدة بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(4)rad/s$.

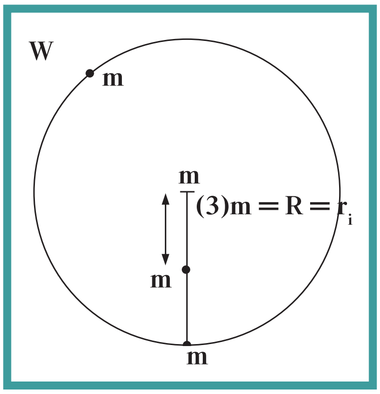
$I = mr^2$ للجسم

$I = \frac{1}{2}\ m.r^2$ للقرص

أُحسب السرعة الزاوية للمنضدة الدوّارة حين يقف الولد على بعد $(1.5)m$ من محور المنضدة.

رابعًا – الزمن الدوري للمشتري في دورانه حول المحور الذي يمرّ بمركز كتلته $t_i = (9.8)h$. ما هو مقدار هذا الزمن الدوري إذا أصبح قطر المشتري نصف قطره الحالي وكتلته ثلاثة أرباع كتلته الحالية؟ إعتبِر أنّ حركة المشتري حول الشمس دائرية.

إستخدم $I = \frac{2}{5}\ m.r^2$.



(شكل 92)

خامسًا – تدور عصا رفيعة كتلتها M_1 وطولها L حول أحد أطرافها بسرعة زاوية ثابتة ω_i. نضع على الطرف الثاني لهذه العصا الكتلة m (شكل 92). أُحسب السرعة الزاوية النهائية للنظام (عصا + كتلة)، علمًا أنّ كمّية الحركة الزاوية بقيت ثابتة، و أنّ القصور الذاتي الدوراني للعصا حول محور يمرّ بأحد أطرافها يساوي $I = \frac{1}{3}\ m.L^2$ و $I = mr^2$ للجسم.

فقرة إثرائية

الربط بعلم الفلك

المجرّات الحلزونية

تؤدّي أشكال المجرّات، مثل مجرّتنا درب التبانة، دورًا كبيرًا في الحفاظ على كمّية الحركة الزاوية. إذا اعتبرنا أنّ كتلة كروية من الغاز في الفضاء بدأت تتقلّص تحت تأثير جاذبيتها، فإذا كانت تمتلك حتّى ولو دورانًا خفيفًا حول بعض المحاور، فسيكون لديها بعض من كمّية الحركة الزاوية، والتي يجب أن تبقى ثابتة، فكلّما انكمش الغاز قلّ عزمه الدوراني، ويشبه ذلك دوران المتزلّجة على الجليد التي تقوم بدفع (طيّ) ذراعيها للداخل، فإنّ كرة الغاز تدور أسرع. وبالتالي تصبح بالضبط مثل تسطّح أرضنا الدوّارة عند أقطابها. فإذا كانت للكرة الكبيرة المستديرة كمّية تحرّك زاوي، فإنّها تدور في سطح أفقي له نصف قطر أكبر من سمكها، ويمكن أن تصبح مجرّة حلزونية. إنّ قانون بقاء كمّية الحركة الزاوية يثبت صحّته في الحياة اليومية لعلماء الفلك.

مراجعة الفصل الثاني

المفاهيم

Angular Acceleration	العجلة الزاوية	Conservation of Angular Momentum	بقاء كمّية الحركة الزاوية
Rotational Work	الشغل الدوراني	Uniform Varied Circular Motion	الحركة الدائرية المنتظمة العجلة
Moment (Torque)	العزم	Rotational Kinetic Energy	الطاقة الحركية الدورانية
Opposite Moment	العزم المضادّ	Torque of a Couple	عزم الازدواج
Newton's Third Law	القانون الثالث لنيوتن	Newton's First Law	القانون الأوّل لنيوتن
Rotational Power	القدرة الدورانية	Newton's Second Law	القانون الثاني لنيوتن
Angular Momentum	كميّة الحركة الزاوية	Rotational Inertia	القصور الذاتي الدوراني

الأفكار الرئيسة في الفصل

- يقيس عزم القوّة مقدرة القوة على إحداث حركة دورانية للجسم ويُحسَب بواسطة المعادلة: $\tau = F.d.\sin\theta$ حيث d هو ذراع القوّة و θ هي الزاوية بين القوّة وذراعها ، وتكون وَحدة τ هي N.m.
- يكون جسم ما في اتّزان دوراني إذا كان حاصل جمع العزوم المؤثّرة فيه يساوي صفرًا.
- العزم كمّيةً متّجَهة ، تنطبق على محور الدوران.
- يكون العزم موجبًا إذا كان الدوران عكس عقارب الساعة وسالبًا إذا كان الدوران باتّجاه عقارب الساعة.
- يكون مقدار العزم قيمته العظمى عندما تكون القوّة متعامدة مع ذراعها.
- يدلّ القصور الذاتي الدوراني على ممانعة الجسم لتغيّر حركته الدورانية.
- لكلّ جسم قصور ذاتي دوراني يتأثّر بشكله وبموقع كتلته من محور دورانه.
- يمكن حساب القصور الذاتي الدوراني بالنسبة لأيّ محور دوران Δ بواسطة المعادلة $I = I_0 + m.d^2$ حيث I_{GC} هو القصور الذاتي الدوراني حول محور دوران يمرّ بمركز ثقل الجسم وموازٍ للمحور Δ ، كتلة الجسم m و d هي المسافة بين Δ والمحور الموازي له المارّ بمركز الثقل.
- وَحدة القصور الذاتي الدوراني $kg.m^2$.
- يتغيّر القصور الذاتي الدوراني بتغيّر توزيع الكتلة حول محور الدوران ، هذا ما يسمح للاعبي رياضة الجمباز بتغيير معدّل دوارنهم وفي المحافظة على توزانهم.
- تُستخدَم القوانين الثلاثة لنيوتن لوصف الحركة الدورانيّة فيحلّ العزم مكان القوّة ، والعجلة الزاوية مكان العجلة الخطّية ، والإزاحة الزاوية مكان الإزاحة الخطّية والسرعة الزاوية مكان السرعة الخطية.

- ينصّ القانون الثاني لنيوتن للحركة الدائرية على أنّ:
- $\Sigma\tau_i = I.\theta''$
- تُحسَب الطاقة الحركية للحركة الدائرية $KE_c = \frac{1}{2} I.\omega^2$ ويُحسَب الشغل في الحالة نفسها بـ $W = \tau.\theta$ والقدرة $P = \tau.\omega$
- تُعرَّف كمّية الحركة الزاوية بحاصل ضرب القصور الذاتي الدوراني بالسرعة الزاوية $L = I.\omega$ وتكون وَحدتها $kg.m^2/s$.
- كمّية الحركة الزواية هي كمّية متّجهة ينطبق على محور الدوران.
- تبقى كمّية الحركة الزواية ثابتة إذا كان حاصل جمع العزوم صفرًا.
- عند ثبات كمّية الحركة الزاوية: $L = I.\omega =$ ثابت، يؤدّي تغيُّر القصور الذاتي إلى تغيُّر سرعة الدوران مع بقاء محور الدوران ثابتًا.

معادلات

المعادلات التي تصف موقع الجسم الدائري وسرعته وعجلته هي كالتالي:

إذا كان حاصل جمع عزوم القوى يساوي صفرًا.

$$\theta'' = 0$$

$\omega =$ ثابت

$$\theta = \omega t$$

إذا كان حاصل جمع عزوم القوى ثابتًا.

$\theta'' =$ ثابت

$$\omega = \theta''.t + \omega_0$$

$$\theta = \frac{1}{2}\theta''.t^2 + \omega_0.t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\theta''\,\theta$$

خريطة مفاهيم الفصل

إستخدم المصطلحات الموضّحة في الشكل التالي لرسم خريطة مفاهيم تُنظِّم معظم الأفكار التي احتواها الفصل.

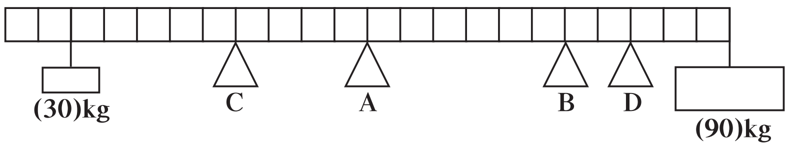
تحقق من فهمك

ضع علامة ($\checkmark$) في المربّع الواقع أمام الإجابة الأنسب في كلّ ممّا يلي:

1. يكون عزم قوّة ثابتة مساويًا للصفر عندما:
- ☐ تتغيّر السرعة الزاوية مع الوقت.
- ☐ تكون القوّة متعامدة مع ذراعها.
- ☐ يكون اتّجاه القوّة موازٍ لذراعها.
- ☐ تكون العجلة الزاوية لا تساوي صفرًا.

2. إختر العبارة الخاطئة:
- ☐ تكون الحركة الدائرية منتظمة إذا كانت العجلة المماسية صفرًا.
- ☐ تكون الحركة الدائرية منتظمة إذا كان حاصل جمع القوى المؤثّرة في الجسم صفرًا.
- ☐ تكون الحركة الدائرية منتظمة إذا كان حاصل جمع العزوم صفرًا.
- ☐ تكون الحركة الدائرية منتظمة إذا كانت السرعة الزاوية ثابتة.

3. حول أيّ من المحاور المبنية في الرسم سيكون حاصل جمع العزوم صفرًا؟



- ☐ A
- ☐ B
- ☐ C
- ☐ D

4. يدور إلكترون حول نواة ذرّة الهيدروجين على مسار دائري بسرعة مماسّية ثابتة مقدارها $(2200)km/s$.

ما هو نصف قطر المسار علمًا أنّ كتلة الإلكترون هي $(9.11 \times 10^{-31})kg$ وشحنته $(1.6 \times 10^{-19})C$ و $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = (9.10^{9})\frac{N.m^2}{C^2}$

- ☐ $(5.22 \times 10^{-11})m$
- ☐ $(5.22 \times 10^{-5})m$
- ☐ $(11 \times 10^{-6})m$
- ☐ $(11 \times 10^{-5})m$

تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

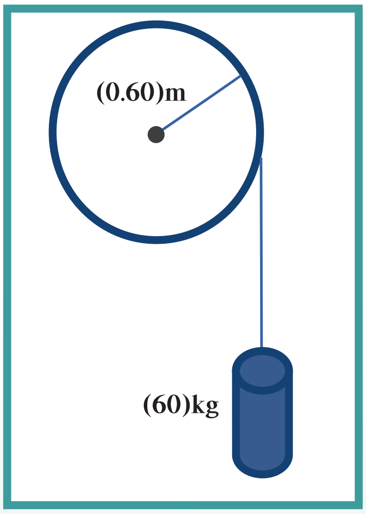
1. في أيّ مكان يجب أن تُركَل كرة القدم لتنطلق خلال الهواء من دون أن تنقلب من جانب إلى آخر؟
2. عندما تتأرجح ساقك من مفصل الفخذ لماذا يقلّ عزم القصور الذاتي الدوراني عند ثنيها؟
3. كيف يمكن مقارنة عزم الدوران مع اتّجاه عقارب الساعة وعكس اتّجاه عقارب الساعة في النظام المتزن.
4. فسِّر لماذا لا تستطيع، عندما تكون ملاصقًا للحائط، أن تميل لتلمس أصابع قدميك من دون أن تنقلب. إعتمد في تفسيرك على المصطلحات التالية: مركز الثقل، المساحة الحاملة، العزوم.
5. ما هما الكمّيتان اللتان تؤثّران في القصور الذاتي الدوراني؟

تحقق من مهاراتك

حلّ المسائل التالية:

1. كتلتان لهما القصور الذاتي الدوراني نفسه $I = (4 \times 10^{-3})kg.m^2$ تدوران حول محور، تدور الأولى بسرعة زاوية تساوي $(5)rad/s$ بالاتّجاه الموجب، بينما تدور الثانية بالاتّجاه المعاكس بسرعة زاوية تساوي $(8)rad/s$. أُحسب:
   (أ) كمّية الحركة الزاوية لكل من الكتلتين.
   (ب) كمّية الحركة الزاوية للنظام.
2. **(أ)** أُحسب كمّية الحركة الزاوية لكرة من الحديد كتلتها $(5)kg$ تتأرجح في دائرة أفقيًا بسرعة $(3)m/s$ عند نهاية حبل طوله $(4)m$.
   (ب) ما مقدار كمّية الحركة الزاوية عند مضاعفة كلّ من السرعة وطول الخيط؟
3. عند دوران كرة من الغاز في الفضاء، تنكمش بسبب الجاذبية. أُحسب السرعة الزاوية لكرة الغاز عندما تنكمش لتقلّ قصورها الذاتي الدوراني إلى العِشر $\frac{1}{10}$.
4. **(أ)** أُحسب عزم قوّة الدوران الناتج عن تأثير قوّة عمودية مقدارها $(50)N$ عند نهاية مفتاح ربط طوله $(0.2)m$.
   (ب) أُحسب عزم قوّة الدوران الناتج عن القوّة $(50)N$ نفسها عند وصل أنبوبة بمفتاح الربط بحيث يصبح الطول $(0.5)m$.
5. يُعلّق وعاء للزهور كتلته $(60)kg$ بحبل عديم الكتلة، ثمّ يمرّ هذا الحبل في تجويف لبكرة قطرها $(0.60)m$ كما هو موضّح في الشكل التالي:
   أُحسب العزم الناتج عن وزن الوعاء بالنسبة إلى محور البكرة.
6. تخضع أسطوانة إلى حاصل جمع عزوم مقداره $(50)N.m$،

فتدور حول مركز ثقلها وتتغيّر إزاحتها الزاوية من صفر إلى $(100)rad$ في خلال $(2)s$، وتقف بعد هذا الوقت هذه الأسطوانة بفعل عزم قوّة الاحتكاك فقط فتستغرق عودتها إلى السكون $(80)s$.
   (أ) أُحسب القصور الذاتي الدوراني لهذه الأسطوانة.
   (ب) أُحسب مقدار عزم قوى الاحتكاك.



(شكل 93)

التواصل

1. أُكتب مقالًا تشرح فيه كيف يُستخدَم الجيروسكوب في الطائرات .
2. أُكتب مقالًا تُقارِن فيه الكتلة والقصور الذاتي الدوراني .

نشاط بحثي

سعى الإنسان قديمًا إلى إيجاد آلات تُساعِده على القيام بأعماله بشكل أسهل، فاكتشف الآلات البسيطة واستخدمها .

تسهّل الآلات حياة الإنسان وتُساعِده على القيام بأعمال عديدة . أجرِ بحثًا تُظهِر فيه أنواع الآلات البسيطة وأهمّية الحركة الدائرية في عملها .

أجرِ بحثًا تُظهِر فيه أنواع تلك الآلات البسيطة، ودور الحركة الدورانية في عمل تلك الآلات .

الفصل الثالث

كمّية الحركة الخطية

Linear Momentum

دروس الفصل

الدرس الأوّل

- كمّية الحركة والدفع

الدرس الثاني

- حفظ (بقاء) كمّية الحركة والتصادمات

إنّ كمّية الحركة هي مفتاح نجاح العديد من الألعاب الرياضية منها لعبة البيسبول، وكرة القدم، ولعبة الهوكي على الجليد والتِنس. يحلم كلّ لاعب بيسبول بضرب الكرة لمسافة طويلة جدًّا. في الواقع، خلال تصادم الكرة بالمضرب يحدث تغيُّر في سرعة كلّ منهما وبالتالي تغيُّر في كمّية الحركة. يحدّد هذا التغيُّر نجاح الضربة وسرعة انطلاقها من جديد.

الدرس 3-1

كمّية الحركة والدفع
Momentum and Impulse

الأهداف العامة

- يعرّف كمّية الحركة.
- يعرّف الدفع I.
- يستنتج العلاقة بين الدفع والتغيّر في كمّية الحركة.
- يستخدم قانون الدفع وكمّية الحركة في حلّ التطبيقات العددية وتفسير الظواهر أو المشاهدات الحياتية.
- يستنتج القانون الثاني لنيوتن بدلالة التغيّر في كمّية الحركة.

(شكل 94)

هل تساءلت يومًا كيف يستطيع لاعب الكاراتيه أن يكسر مجموعة من الألواح الخشبية بضربة بحرف يده؟ (شكل 94) أو تساءلت لماذا السقوط على أرض خشبية أقلّ ألمًا من السقوط على أرض إسمنتية؟ لكي نفهم هذه الأمور، علينا تذكّر مفهوم القصور الذاتي الذي درسناه عندما ناقشنا قوانين نيوتن للحركة بحالتيه: القصور الذاتي بالنسبة إلى جسم ساكن، والقصور الذاتي بالنسبة إلى جسم متحرّك. وسنهتمّ في هذا الدرس بمفهوم القصور الذاتي أثناء حركة الجسم الخطّية وهذا ما سنعرّفه بكمّية الحركة الخطّية. ولكن بما أنّ هذا الدرس لن يتناول إلّا الحركة الخطّية، لذا سنستخدم مفهوم كمّية الحركة الخطّية، على أن نتناول كمّية الحركة الدورانية في فصول لاحقة.

1. كمّية الحركة Momentum

من المعروف أنّ إيقاف شاحنة كبيرة أصعب من إيقاف سيّارة صغيرة تسير بنفس السرعة، وهذا لأنّ القصور الذاتي للشاحنة المتحرّكة (بسبب كتلتها الكبيرة) أكبر من القصور الذاتي للسيّارة المتحرّكة بنفس السرعة. وهذا يعني أنّ كمّية حركة الشاحنة أكبر من كمّية حركة السيّارة على الرغم من تساوي سرعتيهما (شكل 95).

ولكن لو أخذنا سيّارتين لهما الكتلة نفسها وتسيران بسرعتين مختلِفتين، أيّ منهما سيكون إيقافها أسهل؟

من المؤكّد أنّ إيقاف السيّارة الأبطأ سيكون أسهل من إيقاف السيّارة الأسرع. وهذا يعني أنّ للسرعة تأثير في كمّية الحركة. نلاحظ من هذه الأمثلة أنّ كمّية الحركة تتوقّف على كتلة الجسم المتحرّك وسرعته.

نعرّف كمّية الحركة Momentum على أنّها القصور الذاتي للجسم المتحرّك أو بشكل أكثر دقّة نقول إنّ كمّية الحركة هي حاصل ضرب الكتلة ومتّجه السرعة

وتُمثَّل بالعلاقة الرياضية التالية: كمّية الحركة = الكتلة × متّجه السرعة

تُقاس كمّية الحركة بحسب النظام الدولي للوَحدات بوَحدة kg.m/s.

ونظرًا لأنّ متّجه السرعة كمّية متّجهة فإنّ كمّية الحركة للكتلة m تكون كمّية متّجَهة أيضًا، ولها نفس اتّجاه السرعة (شكل 96) ويمكن أن نمثّلها بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\vec{P} = m.\vec{v}}$$

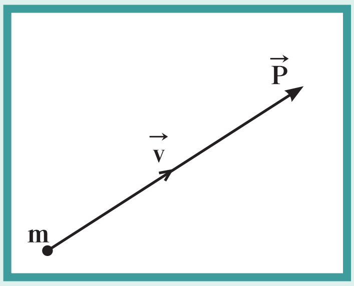
أي أنّ كمّية الحركة المتّجَهة الخطّية هي حاصل ضرب الكتلة والسرعة المتّجَهة للكتلة.

أمّا بالنسبة إلى نظام مؤلّف من مجموعة كتل نقطية فإنّ كمّية الحركة للنظام تساوي حاصل جمع المتّجَهات لكمّية الحركة لكلّ كتلة نقطية:

$$\vec{P}_{system} = \Sigma\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \ldots + \vec{P}_n$$

(شكل 95)

السيارة والشاحنة تتحرّكان بالسرعة نفسها ولكن كمّية حرّكة الشاحنة أكبر لأنّ كتلتها أكبر.



(شكل 96)

لكمّية الحركة اتّجاه السرعة نفسه.

تذكير بجمع المتّجهات:

1. محصّلة متّجهين $\vec{P}_1$ و $\vec{P}_2$ لهما الاتّجاه نفسه تساوي في المقدار حاصل جمعهما ولها نفس اتّجاههما:

$$P = P_1 + P_2$$

2. محصّلة متّجهين $\vec{P}_1$ و $\vec{P}_2$ متعاكسين بالاتّجاه تساوي في المقدار طرح المتّجه الصغير من مقدار المتّجه الكبير واتّجاهها يكون باتّجاه المتّجه الأكبر $(P_1 > P_2)$:

$$P = P_1 - P_2$$

3. محصّلة متّجهين $\vec{P}_1$ و $\vec{P}_2$ متعامدين تساوي في المقدار طول وتر المستطيل المتكوّن من المتّجهين ويصنع زاوية α مع المتّجه $\vec{P}_1$.

$$P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$$

$$\tan\alpha = \frac{P_2}{P_1}$$

متّجه الوحدة Unit Vector هو متّجه له مقدار يساوي وحدة واحدة من وحدات القياس ويُرمَز له باستخدام حرف مع إشارة المتّجه عليه ويُستخدَم ليشير إلى الاتّجاه في الفضاء.

- في الأنظمة الكارتيزية هناك ثلاثة متّجهات وحدة لمحاور الإسناد الثلاثة: فمتّجه الوحدة على محور الإسناد $x'x$ هو المتّجه $\vec{i}$ ، ومتّجه الوحدة على محور الإسناد $y'y$ هو المتّجه $\vec{j}$ ومتّجه الوحدة على محور الإسناد $z'z$ هو المتّجه $\vec{k}$.

إنّ الضرب النقطي لمتّجهَين متعامدَين يساوي صفرًا أي أنّ:

$\vec{i}.\vec{j} = 0$ و $\vec{i}.\vec{k} = 0$ و $\vec{j}.\vec{k} = 0$

بينما الضرب النقطي لمتّجه الوحدة بنفسه يساوي 1 أي أنّ:

$\vec{i}.\vec{i} = \vec{j}.\vec{j} = \vec{k}.\vec{k} = 1$

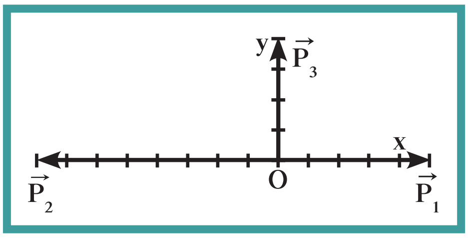
- أمّا متّجه الوحدة $\vec{u}$ لأي متّجه $\vec{v}$ فهو يساوي المتّجه مقسومًا على مقداره أي: $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{v}$

مثال (1)

$\vec{P}_1$، $\vec{P}_2$، $\vec{P}_3$ في الشكل (97) تمثّل متّجهات كمّية الحركة للكتل النقطية الثلاث A_1، A_2، A_3.

علمًا أنّ: $\vec{P}_1 = (5)\vec{i}$ ، $\vec{P}_2 = (-8)\vec{i}$ ، $\vec{P}_3 = (4)\vec{j}$

أُحسب كمّية الحركة المتّجهة للنظام.



(شكل 97)

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $\vec{P}_1 = (5)\vec{i}$

$\vec{P}_2 = (-8)\vec{i}$

$\vec{P}_3 = (4)\vec{j}$

غير المعلوم:

كمّية الحركة للنظام المؤلّف من ثلاث كتل.

2. أُحسب غير المعلوم.

تساوي كمّية الحركة للنظام حاصل جمع متّجهات كلّ كتلة:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3$$

بالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$\vec{P} = 5\vec{i} - 8\vec{i} + 4\vec{j}$$
$$= -3\vec{i} + 4\vec{j}$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

كمّية الحركة للنظام المؤلّف من الكتل الثلاث منطقية من حيث المقدار والاتّجاه، وتتناسب مع معطيات المسألة. ويمكن التحقّق منها بتمثيلها بيانيًّا باستخدام مقياس رسم مناسب.

2. الدفع يغيّر كمّية الحركة

Impulse Changes Momentum

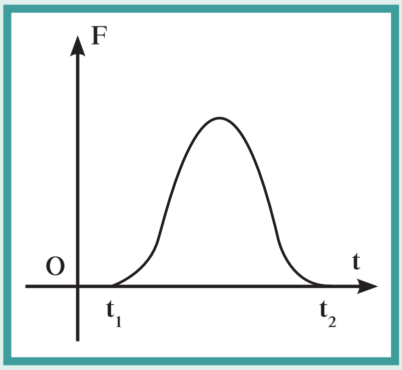
عرفنا سابقًا أنّ كمّية الحركة ترتبط بكتلة الجسم وسرعته المتجَهة، وبالتالي فإن تغيّر كمّية الحركة لجسم ما يعني تغيّر كتلته أو سرعته المتجَهة أو الاثنين معًا.
ولكن غالبًا ما تكون كتلة الجسم ثابتة لا تتغيّر كما في جميع الحالات التي سنتناولها، أي أنّ السرعة المتّجهة هي التي تتغيّر. وكما هو معروف، فإن التغيّر في السرعة المتجَهة يعني حدوث عجلة للحركة.
وهذا يعني بدوره وجود قوّة تؤثّر في الجسم وتغيّر كمّية الحركة.
وكلّما كان تأثير القوّة أكبر في الجسم، يعني ذلك وجود تغيّر أكبر في السرعة وبالتالي تغيّر أكبر في كمّية الحركة.
وللفترة الزمنية التي تؤثّر فيها القوّة في الجسم المتحرّك تأثير في كمّية حركته. فكلّما كانت مدّة تأثير القوّة في الجسم أطول كلّما كان التغيّر في كمّية الحركة أكبر.
وعليه، نستنتج أنّ القوّة والزمن عاملان ضروريّان لإحداث تغيّر في كمّية الحركة.

حاصل ضرب مقدار القوّة في زمن تأثيرها على الجسم يُسمّى مقدار الدفع Impulse أو (دفع القوّة) ويُمثَّل بالحرف اللاتيني I ويُحسَب بالمعادلة الرياضية التالية:

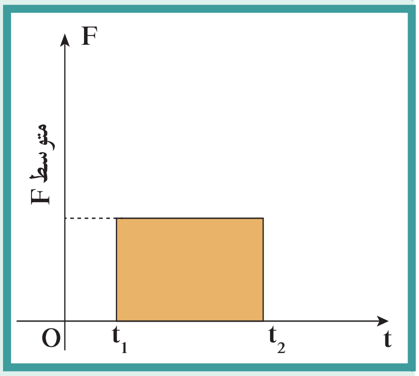
$$\boxed{\vec{I} = \vec{F} \, . \, \Delta t}$$

الدفع كمّية متّجهة لها اتّجاه القوّة المؤثّرة، ويقاس الدفع بحسب النظام الدولي للوحدات بوحدة (N.s).
القوّة المؤثّرة $\vec{F}$ في المعادلة هي قوّة متغيّرة خلال فترة تأثيرها كما هو الحال في كرة القدم التي تتلقى الدفع من قدم اللاعب حيث تزداد القوة من صفر في لحظة تماس القدم بالكرة إلى قيمة عظمى ثم تتناقص إلى أن تتلاشى في لحظة انفصال الكرة عن قدم اللاعب، كما يوضّح منحنى (القوّة – الزمن) في الرسم البياني (شكل 98). وتمثّل المساحة تحت المنحنى عدديًّا مقدار دفع القوّة I.
ويُعرَف، في هذه الحالة بأنّه متوسّط القوّة $\vec{F}$ **وهي القوّة الثابتة التي لو أثّرت في الجسم للفترة الزمنية نفسها لأحدثت الدفع نفسه الذي تُحدثه القوّة المتغيّرة**، وبهذا تصبح مساحة المستطيل تحت منحنى متوسّط (القوّة – الزمن) تمثّل عدديًّا الدفع (شكل 99)، وعليه تصبح القوّة $\vec{F}$ في معادلة قوّة الدفع تمثّل متوسّط القوّة.

ملاحظة: السؤال في سياق الدرس عن القوّة المسبّبة للدفع يُقصَد به دائما متوسّط القوّة وليس القوّة المتغيّرة.



(شكل 98)
العلاقة البيانية بين القوّة المؤثّرة في الكرة وزمن تأثيرها



(شكل 99)
يمثّل الدفع عدديًّا مساحة المستطيل.

نلاحظ من خلال مشاهداتنا اليومية أنّه كلّما كان مقدار الدفع على جسم معيّن أكبر ، كان التغيّر في كمّية الحركة أكبر ، أي أنّ:

$$\vec{I} = \Delta\vec{P} \Rightarrow \vec{I} = (\vec{P}_f - \vec{P}_i)$$

وعليه ، نستنتج أنّ مقدار الدفع على جسم في مدّة زمنية ما تساوي التغيّر في كمّية حركة الجسم في الفترة الزمنية نفسها .

قانون الدفع وكمّية الحركة:

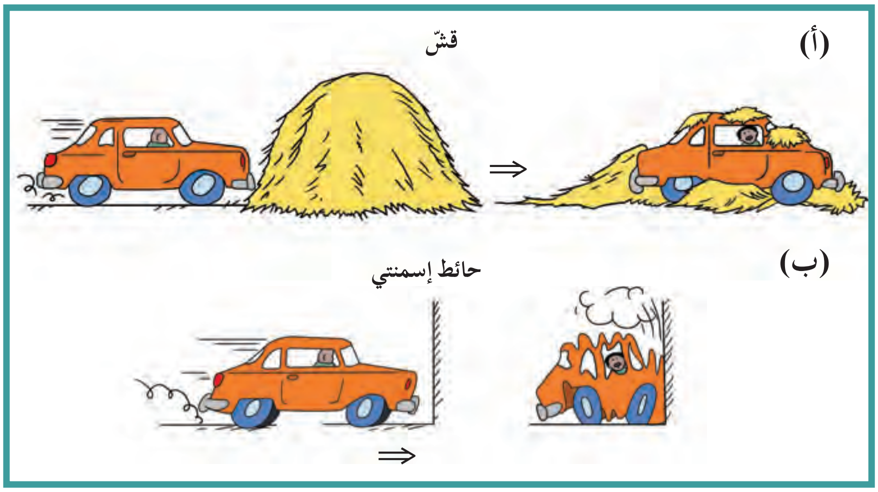
إذا أخذنا المعادلتين السابقتين:

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{I} &= \Delta\vec{P} \\ \vec{I} &= \vec{F}.\Delta t \end{aligned}}$$

يمكننا أن نستنتج قانون الدفع والتغيّر في كمّية الحركة الذي يُكتَب على الشكل التالي:

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta\vec{P} &= \vec{F}.\Delta t \\ \Delta(m.\vec{v}) &= \vec{F}.\Delta t \\ \vec{F} &= \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \end{aligned}}$$

يساعدنا هذا القانون على التحقّق من الدور الذي يؤدّيه زمن تغيّر كمّية الحركة بفعل مقدار القوّة المؤثّرة في مدى تأثير هذه القوة (شكل 100) .



(شكل 100)

إن حدث التغيّر لكمّية الحركة في فترة زمنية أطول يكون تأثير قوّة الدفع $\vec{F}$ أقلّ (أ) . بينما إذا حدث التغيّر في كمّية الحركة في فترة زمنية قصيرة ، يكون تأثير القوّة $\vec{F}$ أكبر (ب) .

فقرة إثرائية

الفيزياء والتكنولوجيا

الدفع ووسائل الأمان

يوجد داخل السيّارات الحديثة ما يُسمّى بالحقيبة الهوائية (Air Bag). توجد داخل عجلة القيادة أمام قائد السيّارة، تُفتح آليًّا عند اصطدام السيّارة بشيء، وبالتالي يقلّ تأثير الاصطدام على قائد السيّارة. وتقوم الحقيبة الهوائية بزيادة زمن التلامس، وبالتالي يقلّ تأثير القوّة، ومن ثم يقلّ احتمال إصابة قائد السيّارة بأذًى.

3. القانون الثاني لنيوتن

Newton's Second Law

تعلّمنا سابقًا أنّ القانون الثاني لنيوتن يتمثّل بالمعادلة التالية:

$$\boxed{\sum\vec{F} = m.\vec{a}}$$

وأنّ العجلة تساوي: $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

بالتعويض عن مقدار العجلة في معادلة نيوتن نحصل على شكل جديد لمعادلة نيوتن:

$$\sum\vec{F} = \frac{m.\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m.\vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$$

وتعطينا إعادة صياغة هذه المعادلة من جديد معادلة قانون الدفع وكمّية الحركة التي توصّلنا إليها سابقًا، ما يُؤكِّد صحّة الشكل الجديد لمعادلة قانون نيوتن:

$$\boxed{\vec{F}.\Delta t = \Delta\vec{P}}$$

أمّا إذا كانت الفترة الزمنية صغيرة جدًّا وتؤول إلى صفر $\Delta t = 0$ فيُكتَب القانون الثاني لنيوتن كما يلي:

$$\boxed{\sum\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$$

وعليه، نستنتج أنّ مشتقّ كمّية الحركة بالنسبة إلى الزمن يساوي محصّلة القوى الخارجية المؤثّرة في النظام.

مثال (2)

كتلة نقطية مقدارها $(1)kg$ تتحرّك بسرعة منتظمة مقدارها $(10)m/s$ في الاتّجاه الموجب لمحور x.
أثّرت قوّة منتظمة على الكتلة النقطية لمدّة $(4)s$، فخفّضت مقدار السرعة إلى $(2)m/s$ من دون أن تغيّر اتّجاهها.

(أ) ما هو مقدار كمّية الحركة للكتلة قبل تأثير القوّة وبعده؟

(ب) أُحسب مقدار الدفع على الكتلة.

(جـ) ما هو مقدار القوّة $\vec{F}$ المؤثّرة في الجسم واتّجاهها؟

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: الكتلة $m = (1)kg$

السرعة الابتدائية: $v_i = (10)m/s$

السرعة النهائية: $v_f = (2)m/s$

الزمن: $\Delta t = (4)s$

مثال (2) (تابع)

غير المعلوم: (أ) كمّية الحركة الابتدائية ؟ = $\vec{P}_i$ وكمّية الحركة النهائية ؟ = $\vec{P}_f$

(ب) الدفع: ؟ = $\vec{I}$

(جـ) القوّة المؤثّرة: ؟ = $\vec{F}$

2. أُحسب غير المعلوم.

(أ) كمّية الحركة هي كمّية متّجهة ويمكن حسابها باستخدام المعادلة التالية:

$$\vec{P} = m.\vec{v}$$

كمّية الحركة الابتدائية تساوي:

$$\vec{P}_i = m.\vec{v} = 1(10\vec{i}) = (10\vec{i})kg.m/s$$

كمّية الحركة الخطية النهائية تساوي:

$$\vec{P}_f = m.\vec{v}_f = 1(2\vec{i}) = (2\vec{i})kg.m/s$$

(ب) باستخدام المعادلة الرياضية بين الدفع والتغيّر في كمّية الحركة:

$$\vec{I} = \Delta\vec{P} = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$\vec{I} = 1(2 - 10)\vec{i} = (-8\vec{i})N.s$$

وتدلّ الإشارة السالبة على أنّ اتّجاه الدفع معاكس لاتّجاه الحركة، ويساوي مقدار الدفع $(8)N.s$.

(جـ) حيث إنّ الدفع يساوي حاصل ضرب القوّة والفترة الزمنية لتأثير القوّة في الجسم، وباستخدام المعادلة الرياضية التالية:

$$\vec{I} = \vec{F}.\Delta t$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$\vec{F} = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$$

مقدار القوّة المؤثّرة يساوي $\vec{F} = \frac{-8\vec{i}}{4} = (-2\vec{i})N$ أمّا اتجاهها فهو معاكس لاتّجاه الحركة.

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

التغيّر في كمّية الحركة يساوي مقدار الدفع ولهما الاتّجاه نفسه، والنتيجة منطقية وتتلاءم مع المقادير المعطاة في المسألة.

مراجعة الدرس 3–1

أوّلًا – عرّف كمّية الحركة لكتلة نقطية كتلتها m .

ثانيًا – عرّف الدفع على كتلة نقطية .

ثالثًا – إستخدم معادلة القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$ لتستنتج معادلة تربط بين:

(أ) القوّة وكمّية الحركة .

(ب) الدفع وكمّية الحركة .

رابعًا – جسم ساكن كتلته $(100)g$ تعرّض إلى قوّة مقدارها $(100)N$ لفترة زمنية مقدارها $(0.01)s$.

(أ) أحسب التغيّر في كمّية الحركة .

(ب) أحسب سرعته النهائية .

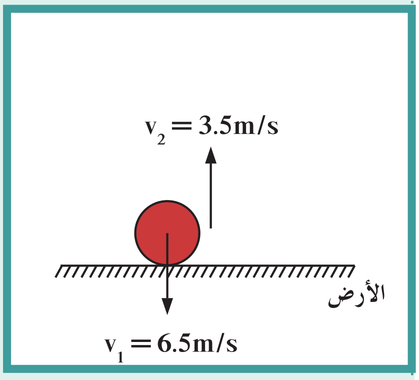
خامسًا – أثّرت قوّة مقدارها $(30000)N$ لمدّة $(4)s$ في كتلة كبيرة مقدارها $(950)kg$. أحسب كلًّا ممّا يلي:

(أ) مقدار الدفع على الكتلة .

(ب) التغيّر في مقدار كمّية الحركة .

(جـ) التغيّر في مقدار متّجه السرعة .

سادسًا – كرة كتلتها $(0.15)kg$ ، إذا كانت سرعتها لحظة اصطدامها بالأرض تساوي $(6.5)m/s$ وسرعة ارتدادها تساوي $(3.5)m/s$ (شكل 101) ، أحسب مقدار واتّجاه القوّة المؤثّرة في الأرض نتيجة هذا الاصطدام إذا استمرّ $(0.025)s$.



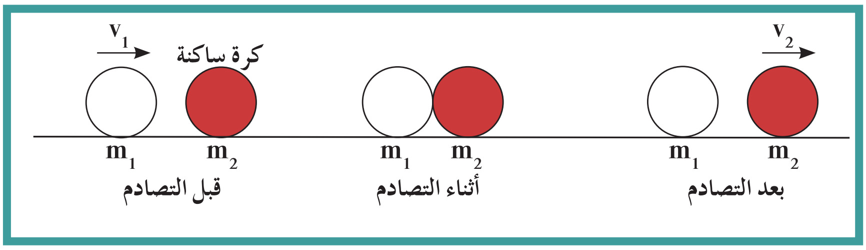
(شكل 101)

الدرس 3-2

حفظ (بقاء) كمّية الحركة والتصادمات
Conservation of Momentum and Collisions

الأهداف العامة

- يستنتج قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة.
- يذكر قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة.
- يفسّر بعض المشاهدات اعتمادًا على قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة.
- يطبّق قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة في حلّ مسائل عددية.
- يعرّف التصادم.
- يميّز بين أنواع التصادم.
- يحسب سرعة الأجسام الخطّية بعد تصادمها بالنسبة إلى سرعتها الابتدائية.



(شكل 102)
كرة بلياردو تصطدم بكرة ساكنة

تعرّفنا في الدرس السابق كمّية حركة جسم واحد، ولاحظنا أهمّية هذا المفهوم في تفسير تغيّر حركة الأجسام وفي حساب القوّة المسبّبة لهذا التغيّر. ولاحظنا أهمّية هذا المفهوم في تطوير القانون الثاني لنيوتن ليكون أكثر شمولية وليظهر ارتباط مفهوم الدفع بكمّية الحركة في قانون كمّية الحركة والدفع. أمّا في هذا الدرس، فستتعرّف على كمّية حركة جسمين أو أكثر يتفاعلان فيما بينهما. فالشكل (102) يظهر كرة بلياردو ساكنة على سطح الطاولة الأملس وكرة متحرّكة مشابهة لها تتحرّك نحوها لتصطدم بها.

من المؤكّد أنّ كمّية حركة كلّ من الكرتين تختلف بعد الاصطدام، فالكرة التي كانت ساكنة قبل الاصطدام ستتحرّك، أي تزيد كمّية حركتها. أمّا الكرة المتحرّكة فمن المحتمل أن تكون سرعتها قد انخفضت وبالتالي نقصت كمّية حركتها. يدفعنا التفكير في هذا الاصطدام بين الكرتين إلى طرح أسئلة كثيرة حول نتائجه ومنها:

هل كمّية الحركة التي اكتسبتها الكرة الأولى التي كانت ساكنة قبل الاصطدام تساوي في المقدار كمّية الحركة التي خسرتها الكرة الثانية المتحرّكة؟ هل كمّية الحركة محفوظة؟ هل ستتوقّف الكرة الثانية بعد الاصطدام أم ستتابع حركتها في الاتّجاه نفسه؟

هل نستطيع أن نتحقّق من مقادير التغيّر في كمّية الحركة عمليًّا؟ هل لكتلة الكرتين تأثير في تغيّر مقدار كمّية الحركة؟ هل نستطيع معرفة سرعة الكرتين بعد التصادم؟ هل لزاوية التصادم بين الكرتين أهمّية في تحديد اتّجاه حركة الكرة ومقدار سرعتها بعد التصادم؟
الإجابة عن تلك التساؤلات وغيرها ممّا يدور حول تغيّر الكمّيات الفيزيائية مثل كمّية الحركة والسرعة في أنواع مختلِفة من التصادمات هي محور هذا الدرس.

1. حفظ (بقاء) كمّية الحركة

Conservation of Momentum

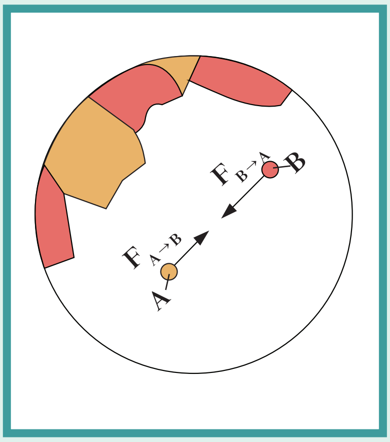
تعلّمنا من القانون الثاني لنيوتن أنّ تعجيل حركة الجسم يتطلّب وجود محصّلة قوى خارجية تؤثّر فيه. وتناولنا الموضوع نفسه في الدرس السابق ولكن بطريقة مختلِفة، عندما استنتجنا أنّه لإحداث تغيير في كمّية حركة الجسم، يجب أن يكون هناك دفع يؤثّر فيه. ونجد في الحالتين أنّ الدفع أو القوّة يُبذَلان من شيء ما خارج الجسم. فالقوى الداخلية لا تُحدث شغلاً. على سبيل المثال، قوى التفاعل بين الجزيئات الموجودة داخل كرة القدم (شكل 103) ليس لها تأثير في تغيير سرعتها وكمّية حركتها. وإذا دفعتَ مقعد السيارة الأمامي فيما تجلس على المقعد الخلفي لا تُحدث تغييرًا في كمّية حركة السيّارة. فبحسب القانون الثالث لنيوتن، قوى التفاعل بين الجزيئات أو قوّتك المبذولة على مقعد السيّارة هي قوى داخلية تتواجد على شكل زوج من القوى المتزنة يُلغى تأثيرها داخل الجسم ولا تستطيع أن تغيّر كمّية حركة السيّارة.
وعليه نلخّص: **لا يحدث تغيّر في كمّية الحركة إلّا في وجود قوّة خارجية مؤثّرة في الجسم أو النظام.**
ونسمّي النظام حيث تكون محصّلة القوى الخارجية المؤثّرة فيه مساوية للصفر نظامًا معزولًا.

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$

وبكتابة القانون الثاني لنيوتن لنظام معزول:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

وبالتالي $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ أي أنّ كمّية الحركة $\vec{P}$ هي كمّية محفوظة.
وكما نعلم في الفيزياء، تُعدُّ أيّ كمّية فيزيائية لا تتغيّر مع الزمن كمّية محفوظة. وكمّية الحركة محفوظة عندما لا تؤثّر في النظام أيّ قوّة خارجية، وتُعتبَر هذه الفكرة من قوانين الفيزياء الرئيسية وتُعرَف بقانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة.



(شكل 103)
قوى التفاعل بين جزيئات الغاز داخل الكرة لا تحدث تغييرًا في كمّية الحركة للكرة.

نشاط

الزلّاجة وكمّية الحركة

1. حاوِل أن تقف على زلّاجة في حالة سكون واحمِل جسمًا له كتلة ما.
2. اقذف بالجسم إلى الأمام أو إلى الخلف.
3. يُلاحَظ أنّك سوف ترتدّ في اتّجاه معاكس لاتّجاه قذفك للجسم. بالطبع تكون كمّية حركة الجسم المقذوف متساوية مع كمّية حركة الارتداد، وبالتالي فإنّ محصّلة تغيّر كمّية الحركة تساوي صفرًا، ومن ثمّ يُقال إنّ هناك بقاءً (حفظًا) على كمّية الحركة لهذا النظام.
4. الآن كرِّر المحاولة السابقة وبالجسم نفسه، ولكن وأنت تتحرّك بالزلّاجة. هل يحدث لك ارتداد؟ فسِّر ما يحدث.

ينصّ قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة على أنّ كمّية حركة النظام، في غياب القوى الخارجية المؤثّرة، تبقى ثابتة ومنتظمة ولا تتغيّر.

هناك أنظمة عديدة تتّصف بحفظ (بقاء) كمّية الحركة مثل النشاط الإشعاعي للذرّات وتصادم السيارات وانفجار النجوم والتفاعل بين جزيئات الغاز داخل الكرة، فالقوى المؤثّرة في هذه الأنظمة لا تُحدِث تغييرًا في كمّية الحركة للأنظمة المعزولة.

أمّا عندما تؤثّر قوى خارجية في حركة نظام معيّن تجعل هذا النظام يتّصف بعدم بقاء كمّية الحركة نتيجة تغيّر في السرعة مقدارًا أو اتّجاهًا أو الاثنين معًا. على سبيل المثال، عندما تؤثّر قوة الاحتكاك على السيارة المتحرّكة بسرعة v في خطّ مستقيم تؤدّي إلى تغيّر مقدار السرعة، كذلك الأمر في الحركة الدائرية حيث يتغيّر اتّجاه السرعة وبالتالي يحدث تغيّر في كمّية الحركة في كلتا الحالتين.

2. سرعة ارتداد المدفع Recoil Velocity of the Cannon

يُعدّ ارتداد المدفع عند إطلاق القذيفة أحد تطبيقات حفظ (بقاء) كمّية الحركة الكثيرة. ففي النظام المؤلّف من المدفع والقذيفة (شكل 104)، نجد أنّ النظام قبل الإطلاق ساكن حيث إنّ وزن النظام رأسي إلى الأسفل يساوي قوّة ردّ الفعل الرأسية إلى أعلى.

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$

وبالتالي النظام معزول وكمّية حركة النظام الأوّلية تساوي صفرًا:

$$\vec{P}_i = 0$$

عند لحظة الإطلاق، ينفجر البارود ويولّد غازًا يقذف القذيفة خارج ماسورة المدفع باتّجاه الأمام ويرتدّ المدفع نحو الخلف. وبحسب القانون الثالث لنيوتن، لكلّ فعل ردّ فعل مساوٍ له في المقدار ومعاكس له في الاتّجاه. والقوى التي يمارسها الغاز على القذيفة والمدفع هي قوى داخلية بالنسبة إلى النظام (مدفع – قذيفة). وبالتالي تبقى محصّلة القوى الخارجية المؤثّرة تساوي صفرًا والنظام معزولًا، فتكون كمّية حركة النظام محفوظة.

وبعد لحظة الإطلاق، تنطلق القذيفة وكتلتها m_1 بسرعة $\vec{v}_1$ ويرتدّ المدفع وكتلته m_2 إلى الخلف بسرعة $\vec{v}_2$ وتُمثَّل كمّية حركة النظام النهائية، بإهمال كمّية حركة الغاز الناتج عن الانفجار بالنسبة إلى القذيفة، بالمعادلة التالية:

$$\Delta\vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$$

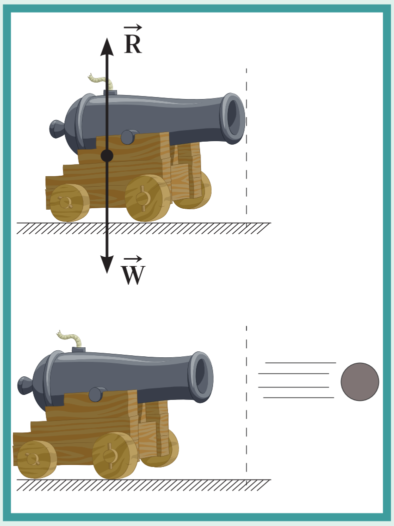
$$m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = 0 \quad , \quad \vec{v}'_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}'_2$$

تُظهِر المعادلة أنّ السرعتين $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ متعاكستان في الاتّجاه.

يمكن دراسة ارتداد البندقية أو أيّ سلاح عسكري آخر بالطريقة نفسها.

مسألة للتفكير

خلال انفجار القذيفة في النظام مدفع قذيفة، هل يتغيّر موضع مركز ثقل النظام؟ إشرح.



(شكل 104)

تتساوى القوّة التي تؤثّر في القذيفة، لدفعها إلى الأمام في المقدار، وتتعاكس في الاتّجاه مع قوّة ارتداد المدفع إلى الخلف.

مسألتان مع إجابات

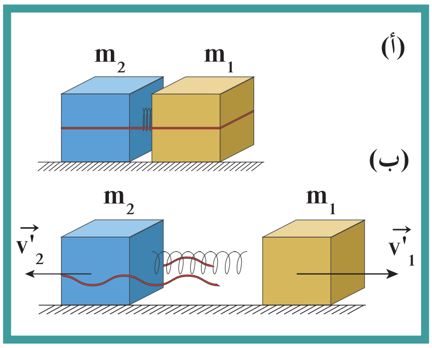
1. اِنفجر جسم كتلته (200)g وانقسم إلى نصفين متساويين. أُحسب سرعة الجزء الثاني منه إذا كانت سرعة الجزء الأوّل $v'_1 = (-0.1)\text{m/s}$ على المحور الأفقي بالاتّجاه السالب.
   الإجابة: $v'_2 = (0.1)\text{m/s}$ واتّجاهها موجب على المحور $x'x$
2. يقف رجل كتلته (76)kg على لوح خشبي طافٍ كتلته (45)kg. إذا خطا بعيدًا عن اللوح الخشبي باتّجاه اليابسة بسرعة (2.5)m/s، كم ستبلغ سرعة اللوح الخشبي؟
   الإجابة: $v = (-4.2)\text{m/s}$

مثال (1)

كتلتان نقطيتان مقدارهما على التوالي $m_1 = (1)kg$ و $m_2 = (2)kg$ مربوطتان بخيط من النايلون وتضغطان زنبركًا بينهما، وموضوعتان على سطح أفقي أملس عديم الاحتكاك. عند حرق الخيط، يتحرّر الزنبرك ويدفع الكتلتين فتتحرّك m_1 بسرعة $v'_1 = (1.8)m/s$ على المحور الأفقي $(x'x)$ بالاتّجاه الموجب، بينما تتحرّك m_2 بسرعة متّجَهة $\vec{v'}_2$ (شكل 105).

(أ) هل كمّية حركة النظام محفوظة؟ علّل إجابتك.

(ب) أُحسب السرعة المتّجَهة $\vec{v'}_2$ للكتلة m_2 (مقدار واتّجاه).



(شكل 105)

(أ) الكتلتان المربوطتان بخيط تضغطان زنبركًا موضوعًا بينهما.

(ب) بعد حرق الخيط يتحرّر الزنبرك ويدفع الكتلتين.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $m_1 = (1)kg$ و $m_2 = (2)kg$

$\vec{v'}_1 = 1.8\vec{i}$

غير المعلوم: **(أ)** هل كمّية حركة النظام المؤلّف من الكتلتين محفوظة؟

(ب) مقدار واتّجاه السرعة المتجهة $\vec{v'}_2$؟

2. أُحسب غير المعلوم.

قوّة دفع الزنبرك هي قوّة داخلية، ومحصّلة القوى الخارجية المؤثّرة في النظام، أي وزن الكتلتين وقوّتي ردّ الفعل للسطح الأفقي، تساوي صفرًا:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

$$-\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

أي أنّ كمّية تحرّك النظام محفوظة.

$\vec{P}_i = 0$ لأنّ النظام قبل حرق الخيط ساكن أمّا كمّية الحركة بعد حرق الخيط تساوي:

$$\vec{P}_f = m_1.\vec{v'}_1 + m_2.\vec{v'}_2$$

وبتطبيق قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة $-\vec{P}_i = \vec{P}_f$ وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$0 = m_1.\vec{v'}_1 + m_2.\vec{v'}_2$$

$$\vec{v'}_2 = -\frac{m_1.\vec{v'}_1}{m_2} = \frac{-1(1.8\vec{i})}{2} = (-0.9\vec{i})m/s$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

سرعة الكتلة الكبيرة أقل من سرعة الكتلة الصغيرة ممّا يؤكّد أنّ النتيجة مقبولة كما أنّ الاتّجاهين المتعاكسين لحركة الكتلتين يؤكّدان أيضًا صحّة النتيجة.

3. التصادمات Collisions

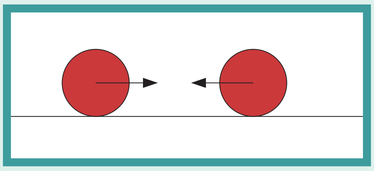
نشاهِد في حياتنا اليومية الكثير من التصادمات مثل تصادمات الآليات المتحرّكة بعضها ببعض، أو تصادمها بجدران جوانب الطرقات والأعمدة، أو التصادم بين كرات البلياردو.

غالبًا ما يستمر التصادم لفترة زمنية قصيرة جدًّا تكون في خلالها القوّة الخارجية مهمَلة مقارنة بالقوّة الداخلية المسبِّبة للتصادم وبالتالي يُعتبَر النظام المؤلّف من الأجسام المتصادمة نظامًا معزولًا.

كذلك الحال عند انفجار جسم حيث يتفتّت إلى مجموعة أجزاء تتناثر. نلاحظ أنّ عملية الانفجار تحدث أيضًا في فترة زمنية قصيرة جدًّا وتكون القوّة الخارجية المؤثّرة في النظام مهمَلة مقارنة بالقوّة الداخلية الهائلة المسبِّبة للانفجار، وبالتالي يُعتبَر النظام المنفجر أيضًا نظامًا معزولًا.

وعليه نلخّص: **إذا حصلت عملية تصادم أو انفجار في فترة زمنية قصيرة جدًّا، تكون كمّية حركة النظام محفوظة. أي أنّ محصّلة كمّية الحركة للنظام قبل التصادم تساوي محصّلة كمّية الحركة للنظام بعد التصادم.**

(شكل 106)
التصادم تطبيق عملي على قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة.



(شكل 107)
إنّ تصادم كرتين من المطّاط يُعدّ تصادمًا مرنًا حيث لا يحدث تشوهًا في شكلهما. باختلاف اتّجاه حركة الكرات قبل التصادم، هناك حفظ (بقاء) كمّية الحركة، فهي تنتقل أو يُعاد توزيعها بين الكرات بدون فقدان أو نقصان.

4. أنواع التصادمات Types of Collisions

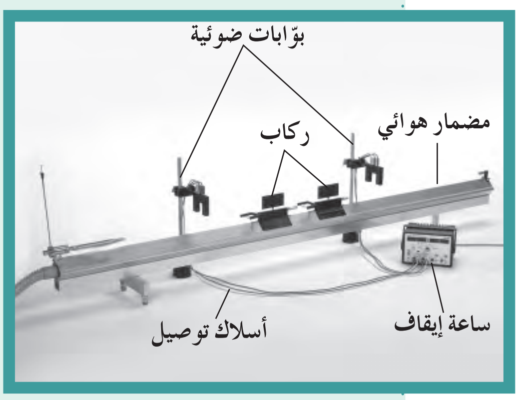
بشكل عامّ، هناك نوعان من التصادمات:

(أ) التصادم المرن (تامّ المرونة)

يوصف التصادم بأنّه مرن عندما تكون الطاقة الحركية للنظام محفوظة أي أنّ مجموع الطاقة الحركية للكتلتين قبل التصادم تساوي الطاقة الحركية للكتلتين بعد التصادم ويتمثّل ذلك بالمعادلة الرياضية التالية: $KE_{ci} = KE_{cf}$

$$\frac{1}{2}m_1 . v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 . v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 . v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 . v_2'^2$$

حيث إنّ $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ هما سرعتي الكتلتين قبل التصادم و $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ هما سرعتي الكتلتين بعد التصادم، وسنكتشف في سياق الدرس كيفية حساب سرعتي الكتلتين بعد التصادم المرن. ومن خصائص التصادم المرن بين الأجسام أيضًا أنه لا يُنتِج تشوّهًا أو يولّد حرارة بين الأجسام المتصادمة. يُعتبَر تصادم الجزيئات الصغيرة والذرّات تصادمًا مرنًا. على مضمار هوائي موضوع بشكل أفقي، سندرس تصادمًا مرنًا بين كتلتين مختلِفتين (m_1 و m_2) تتحرّكان بسرعتين ابتدائيتين متّجهتين خطّيتين $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ على التوالي (شكل 108). وُجِد رياضيًّا بحلّ معادلتي بقاء كمّية الحركة وطاقة الحركة أنّ سرعتيهما $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ بعد التصادم.



(شكل 108)

$$\vec{v}'_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 + (m_1 - m_2)\vec{v}_1}{(m_1 + m_2)}$$

$$\vec{v}'_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 - (m_1 - m_2)\vec{v}_2}{(m_1 + m_2)}$$

حالات تصادم مرنة خاصّة:

إذا كان الجسم الأوّل ساكنًا قبل التصادم أي $\vec{v}_1 = (0)\text{m/s}$ وبتعويض مقدارها في معادلات السرعة بعد التصادم، نحصل على:

$$\vec{v}'_1 = \left[\frac{(2m_2)}{(m_1 + m_2)}\right]\vec{v}_2$$

$$\vec{v}'_2 = \left[\frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}\right]\vec{v}_2$$

إذا كان الجسم الثاني ساكنًا قبل التصادم، أي $\vec{v}_2 = (0)\text{m/s}$ وبتعويض مقدارها في معادلات السرعة بعد التصادم، نحصل على:

$$\vec{v}'_1 = \left[\frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}\right]\vec{v}_1$$

$$\vec{v}'_2 = \left[\frac{2m_1}{(m_1 + m_2)}\right]\vec{v}_1$$

وبتحليل نتيجة المعادلتين السابقتين يمكننا أن نستنتج التالي:

1. في حال كانت الكتلة المتحرّكة m_1 أكبر من الكتلة الساكنة m_2، ستتحرّك الكتلتان بعد التصادم باتّجاه السرعة المتّجهة $\vec{v}_1$.
2. في حال كانت الكتلة المتحرّكة m_1 أصغر من الكتلة الساكنة m_2، سترتدّ الكتلة m_1 بعكس اتّجاه $\vec{v}_1$ فيما تتحرّك الكتلة m_2 باتّجاه السرعة المتّجهة $\vec{v}_1$.
3. أمّا إذا كانت $m_1 = m_2$، نجد أنّ الكتلة الأولى بعد التصادم تصبح ساكنة $v'_1 = (0)\text{m/s}$، فيما تتحرّك الكتلة الثانية التي كانت ساكنة بسرعة متّجهة تساوي السرعة الابتدائية للكتلة الأولى $\vec{v}'_2 = \vec{v}_1$. وبالتالي نستنتج أنّ كمّية الحركة انتقلت كليًّا من الكتلة الأولى إلى الكتلة الثانية.

مثال (2)

نيوترون كتلته $m = (1.67 \times 10^{-27})\text{kg}$ وسرعته الابتدائية $\vec{v}_1 = (10^8\vec{i})\text{m/s}$ تصادم في بعد واحد كما في الشكل (109) مع جسيم ساكن كتلته ضعف كتلة النيوترون. أُحسب سرعة الجسمين المتّجهة بعد التصادم. اِفترِض أنّ هذا التصادم هو تصادم تام المرونة.

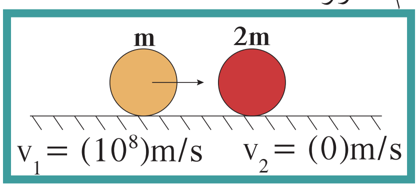
طريقة التفكير في الحلّ

1. **حلّل:** أذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: كتلة النيوترون $m_1 = (1.67 \times 10^{-27})\text{kg}$

السرعة الابتدائية $v_1 = (10^8)\text{m/s}$

كتلة الجسم الساكن $m_2 = 2m_1$



(شكل 109)

تصادم بين نيوترون وجسم كتلته تساوي ضعف كتلة النيوترون.

مثال (2) (تابع)

غير المعلوم:

سرعة الجسمين بعد التصادم

2. أحسب غير المعلوم.

فلنفترض أنّ اتّجاه السرعة المتّجهة $\vec{v}_1$ على المحور الأفقي $(x'x)$ موجب. باستخدام قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$$

$$m_1(10^8\vec{i}) = m_1\vec{v}'_1 + 2m_1\vec{v}'_2$$

$$(1) \longleftarrow \quad \vec{v}'_1 + 2\vec{v}'_2 = (10^8\vec{i})$$

باستخدام قانون حفظ (بقاء) الطاقة الحركية لأنّ التصادم من النوع المرن حيث لا يوجَد فقدان في الطاقة الحركية وبالتعويض عن المقادير المعلومة، نحصل على:

$$\frac{1}{2}m_1.v_1^2 = \frac{1}{2}m_1.v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2.v_2'^2$$

$$\frac{1}{2}m_1(10^8)^2 = \frac{1}{2}m_1.v_1'^2 + \frac{1}{2}(2m_1)v_2'^2$$

$$(2) \longleftarrow \quad v_1'^2 + 2v_2'^2 = 10^{16}$$

وبحلّ المعادلتين (1) و (2) نحصل على:

$$\vec{v}'_1 = (-\frac{1}{3} \times 10^8\vec{i})m/s$$

$$\vec{v}'_2 = (\frac{2}{3} \times 10^8\vec{i})m/s$$

3. **قيّم:** هل النتيجة مقبولة؟

الإشارة السالبة لسرعة النيوترون المتحرّك بعد التصادم تدلّ على ارتداده بعد اصطدامه بكتلة ساكنة كتلتها أكبر بمرّتين وهذا متوقّع ويؤكّد صحّة الحلّ.

فقرة إثرائية

محصّلة القوّة المؤثّرة في النظام المؤلّف من الجسمين تساوي صفرًا. وبتطبيق قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة، نحصل على:

$$m_1.\vec{v}_1 + m_2.\vec{v}_2 = m_1.\vec{v}'_1 + m_2.\vec{v}'_2$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) = m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2)$$

وبما أنّ التصادم هو تصادم تام المرونة أي أنّ الطاقة الحركية للنظام محفوظة:

$$\frac{1}{2}m_1.v_1^2 + \frac{1}{2}m_2.v_2^2 = \frac{1}{2}m_1.v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2.v_2'^2$$

$$\frac{1}{2}m_1(v_1^2 - v_1'^2) = \frac{1}{2}m_2(v_2'^2 - v_2^2)$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1)(\vec{v}_1 + \vec{v}'_1) = m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2)(\vec{v}'_2 + \vec{v}_2)$$

فقرة إثرائية (تابع)

ومن المعادلتين:

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) = m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2) \qquad (1)$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1)(\vec{v}_1 + \vec{v}'_1) = m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2)(\vec{v}'_2 + \vec{v}_2) \qquad (2)$$

وبقسمة المعادلة الثانية على المعادلة الأولى، نحصل على:

$$(\vec{v}_1 + \vec{v}'_1) = (\vec{v}'_2 + \vec{v}_2)$$

وبقسمة المعادلة الأولى على m_1، نحصل على:

$$(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) = \frac{m_2}{m_1}(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2)$$

وبحلّ المعادلتين الأخيرتين نحصل على السرعتين المتّجهتين $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ على الشكل التالي:

$$\vec{v}'_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}\vec{v}_1 + \frac{(2m_2)}{(m_1 + m_2)}\vec{v}_2$$

$$\vec{v}'_2 = \left[\frac{(2m_1)}{(m_1 + m_2)}\right]\vec{v}_1 + \left[\frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}\right]\vec{v}_2$$

(ب) التصادم اللامرن واللامرن كليًّا

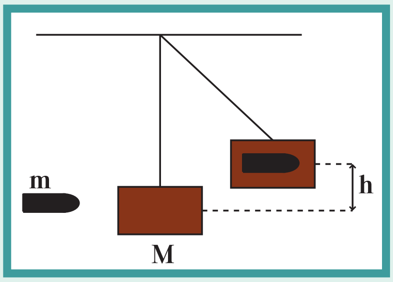
يوصَف النظام بأنّه لامرن أو لامرن كلّيًّا عندما لا تُحفظ الطاقة الحركية للنظام، أي تتحوّل كمّية منها إلى حرارة أو تُؤدّي إلى تشوّهات في شكل النظام. يكون التصادم لامرن عندما ترتدّ الأجسام المتصادمة بعد اصطدامها بعيدًا عن بعضها البعض بسرعات مختلِفة عن سرعتها قبل التصادم وتكون الطاقة الحركية للنظام غير محفوظة.

ويكون التصادم لامرن كلّيًّا إذا أدّى التصادم إلى التحام الأجسام المتصادمة لتصبح جسمًا واحدًا كتلته تساوي مجموع الكتلتين ويتحرّك بسرعة واحدة، وتكون الطاقة الكلّية للنظام غير محفوظة.

البندول القذفي جهاز يُستخدَم لقياس سرعة القذائف السريعة مثل الرصاصة، وقد يحتاجه محقّقو الشرطة للتحقيق في واقعة إطلاق رصاصة لتحديد مكان وسرعة إطلاق الرصاصة.

يقوم مبدأ عمل البندول القذفي على قوانين حفظ كمّية الحركة والطاقة الميكانيكية.

فالرصاصة التي تُطلَق نحو مكعّب كبير من الخشب موجود في مستوى أفقي ومعلّق بحبال خفيفة غير قابلة للشد، تستقر داخل المكعّب وتجعله ينحرف بزاوية ليصل إلى ارتفاع h عن المستوى الأفقي الذي كان عليه سابقًا ومشيرًا إلى سرعة الرصاصة الأوّلية (شكل 110).



(شكل 110)

مسألتان مع إجابات

1. كرة كتلتها $(0.25)\text{kg}$ وسرعتها $(6)\text{m/s}$ تصادمت مع كرة أخرى ساكنة كتلتها $(0.95)\text{kg}$. إذا كان النظام معزولًا، أُحسب سرعة الكرة الصغيرة بعد التصادم، إذا كانت سرعة الكرة الكبيرة $(3)\text{m/s}$.

   الإجابة: $v = (-5.4)\text{m/s}$ بعكس اتّجاهها قبل التصادم.

2. كرة كتلتها $(200)\text{g}$ تتحرّك على المحور الأفقي $x'x$ بسرعة $\vec{v}_1 = (2\vec{i})\text{m/s}$ اصطدمت تصادم مرن بكرة ساكنة مماثلة لها. أُحسب سرعة الكرتين بعد الاصطدام.

   الإجابة: $v'_1 = (0)\text{m/s}$

   $v'_2 = (2)\text{m/s}$

ففي الشكل (111)، نلاحظ أنّ عربة الشحن لقطار كتلته (m) تتحرّك بسرعة $v_1 = (4)m/s$ نحو عربة ساكنة مساوية لها في الكتلة لتلتحم بها بعد التصادم، وليتحرّكا معًا كجسم واحد كتلته تساوي (2m) بسرعة $\vec{v}'$.
بما أنّ محصّلة القوى الخارجية المؤثّرة في النظام تساوي صفرًا، وبتطبيق قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة قبل التصادم وبعده:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}'$$

$$m.\vec{v}_1 + m.\vec{v}_2 = 2m.\vec{v}'$$

وحيث إنّ $v_2 = (0)m/s$

نجد أنّ:

$$m.\vec{v}_1 + 0 = 2m.\vec{v}' \Rightarrow \vec{v}' = \frac{m.\vec{v}_1}{2m} = \frac{\vec{v}_1}{2} = (2)m/s$$

وبحساب مجموع الطاقة الحركية للنظام قبل التصادم وبعده نجد أنّها غير متساوية، فمجموع الطاقة الحركية للنظام قبل التصادم KE_i أكبر من مجموع الطاقة الحركية للنظام بعد التصادم KE_f:

$$KE_i > KE_f$$

وبالتالي نستنتج أنّه في خلال التصادمات اللامرنة بشكل عامّ واللامرنة كليًّا كما هو الحال في هذا المثال، لا يتساوى مجموع الطاقة الحركية للنظام قبل التصادم وبعده كما هو الحال في التصادمات المرنة.

(شكل 111)
تصادم غير مرن
كمّية الحركة تتقاسمها العربتان.
(أ) قبل التصادم
(ب) أثناء التصادم
(جـ) بعد التصادم

مثال (3)

كرتان من الصلصال تتصادمان تصادمًا لا مرنًا كلّيًّا. كتلة الكرة الأولى $m_1 = (0.5)kg$ وتتحرّك إلى اليمين بسرعة مقدارها $(4)m/s$ بينما الكرة الثانية كتلتها $m_2 = (0.25)kg$ وتتحرّك نحو اليسار بسرعة مقدارها $(3)m/s$.

(أ) أُحسب سرعة النظام المؤلّف من الكتلتين بعد التصادم.

(ب) ما مقدار التغيّر في مقدار الطاقة الحركية؟

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: أُذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: الكتلة $m_1 = (0.5)kg$

$m_2 = (0.25)kg$

باتّجاه اليمين $\vec{v}_1 = 4\vec{i}\ m/s$

باتّجاه اليسار $\vec{v}_2 = -3\vec{i}\ m/s$

غير المعلوم: **(أ)** سرعة النظام بعد التصادم: $\vec{v}' = ?$

(ب) مقدار التغيّر في الطاقة الحركية: $\Delta KE = ?$

مثال (3) (تابع)

2. أحسب غير المعلوم.

(أ) التصادم لامرن كلّيًّا أي أنّ الكتلتين بعد التصادم قد أصبحتا كتلة واحدة وبتطبيق قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة لأنّ محصّلة القوى الخارجية المؤثّرة على النظام تساوي صفرًا، نكتب:

$$m_1.\vec{v}_1 + m_2.\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}'$$

بالتعويض عن المقادير المعلومة وبالانتباه إلى اتّجاه الكمّيات المتّجَهة، نحصل على:

$$0.5(4\vec{i}) + 0.25(-3\vec{i}) = (0.75)\vec{v}'$$

$$\vec{v}' = (1.67\vec{i})(m/s)$$

(ب) التغيّر في الطاقة الحركية للنظام يساوي الطاقة الحركية بعد التصادم ناقص الطاقة الحركية قبل التصادم:

$$\Delta KE = KE_f - KE_i$$

$$KE_i = \frac{1}{2}(0.5)(4^2) + \frac{1}{2}(0.25).(3^2) = (5.125)J$$

$$KE_f = \frac{1}{2}(0.75)(1.67^2) = (1.05)J$$

$$\Delta KE = KE_f - KE_i = 1.05 - 5.125 = -(4.079)J$$

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

تُشير الإشارة السالبة إلى خسارة في الطاقة الحركية وهذا مقبول، لأنّ التحام الجسمين كما نعلم يؤدّي إلى ظهور جزء كبير من الطاقة الحرارية وهذا ما تشير إليه النتيجة.

مراجعة الدرس 3-2

أوّلًا — أُذكر نصّ قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة.

ثانيًا — عرِّف التصادم المرن.

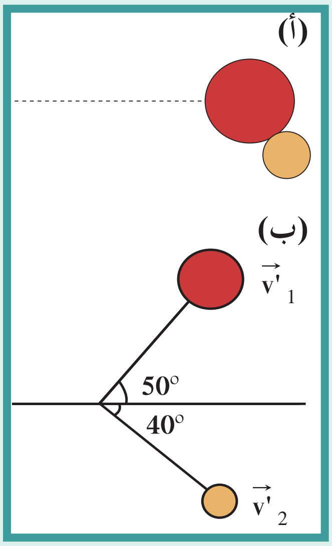
ثالثًا — قارِن بين التصادم اللامرن والتصادم اللامرن كليًّا.

رابعًا — يتحرّك الجسم $m_1 = (0.3)kg$ بسرعة $(2)m/s$ بالاتّجاه الموجب على المحور الأفقي $(x'x)$ ليصطدم تصادمًا خطيًّا مرنًا بكتلة $m_2 = (0.7)kg$ ساكنة.

(أ) أُحسب السرعة المتّجَهة للكتلتين بعد التصادم.

(ب) أُحسب المسافة التي تفصل بين الكتلتين بعد $(2.5)s$ من تصادمهما.

خامسًا — على مستوى أفقي أملس، تصادمت الكرة $m_1 = (200)g$ التي تتحرّك بسرعة $(1)m/s$ على المحور الأفقي $x'x$ بالاتّجاه الموجب، بالكرة الساكنة $m_2 = (150)g$ تصادمًا مرنًا في بعدين كما في الشكل (112 – أ).



(شكل 112)
(أ) تصادم في بعدين بين m_1 و m_2
(ب) بعد التصادم

مراجعة الدرس 3-2 (تابع)

وبعد التصادم المرن، كان اتّجاه m_1 يصنع زاوية 50° مع المحور الأفقي $(x'x)$، واتّجاه m_2 يصنع زاوية 40° إلى أسفل المحور الأفقي $(x'x)$ كما هو موضَّح في الشكل (112 – ب).

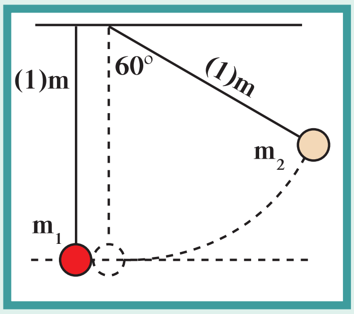
أُحسب مقدار سرعة الكتلتين بعد التصادم.

سادسًا – سمكة كبيرة كتلتها (5)kg تتحرّك بسرعة (1)m/s باتّجاه سمكة صغيرة ساكنة كتلتها (1)kg.

(أ) أُحسب سرعة السمكة الكبيرة بعد ابتلاعها السمكة الصغيرة.

(ب) كم تبلغ سرعة السمكة الكبيرة في حال كانت السمكة الصغيرة تسبح بعكس اتّجاه السمكة الكبيرة بسرعة (4)m/s قبل أن تبتلعها.

سابعًا – كرتان كتلة الأولى $m_1 = (200)g$ وكتلة الثانية $m_2 = (400)g$ معلّقتان ومتّزنتان بخيطين طول كل خيط (1)m بجانب بعضهما البعض كما في الشكل (113). سُحِبت الكرة الثانية بحيث بقي الخيط مشدودًا وصنع زاوية 60° مع الخيط العمودي، وتُرِكت للتحرّك من سكون نحو الكرة m_1 الساكنة.



(شكل 113)

(أ) أُحسب سرعة الكرة m_2 قبل لحظة التصادم مباشرة.

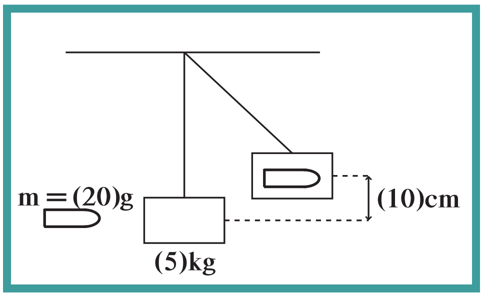
(ب) بافتراض أنّ التصادم مرن، أُحسب سرعة الكرتين بعد التصادم.

(جـ) أُحسب الارتفاع عن المستوى المرجعي المارّ بمركز ثقليهما الذي ستصل إليه كلا الكرتين بعد التصادم.

ثامنًا – أُطلِقت رصاصة كتلتها (20)g على بندول قذفي (Ballistic Pendulum) ساكن كتلته (5)kg، فارتفع مسافة (10)cm عن المستوى الأفقي بعد أن انغرزت الرصاصة في داخله (شكل 114).

(أ) أُحسب سرعة الرصاصة عند إطلاقها.

(ب) هل التصادم مرن؟ اِشرح إجابتك.



(شكل 114)

مراجعة الفصل الثالث

المفاهيم

Conservation	بقاء	Recoil	اِرتداد
Elastic Collision	تصادم مرن	Inelastic Collision	تصادم لامرن
Impulse	الدفع	Perfectly Inelastic Collision	تصادم لامرن كليًّا
External Forces	قوى خارجية	Inertia	القصور الذاتي
Momentum	كمّية الحركة	Internal Forces	قوى داخلية
		Linear Momentum	كمّية الحركة الخطّية

الأفكار الرئيسة في الفصل

- يحدث الشغل عند إزاحة جسم باتّجاه القوّة المؤثّرة.
- كمّية الحركة هي القصور الذاتي للجسم المتحرّك.
- كمّية الحركة لنظام مؤلّف من مجموعة كتل في فترة زمنية محدّدة تساوي كمّية حركة مركز كتلة النظام في الفترة الزمنية نفسها.
- حاصل ضرب مقدار القوّة والفترة الزمنية التي تؤثّر فيها القوّة في الجسم يُسمّى مقدار الدفع (دفع القوّة).
- كمّية الدفع على جسم في مدّة زمنية تساوي التغيّر في كمّية حركة الجسم في الفترة الزمنية نفسها.
- ينصّ قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة على أنّه في غياب القوى الخارجية المؤثّرة في النظام تبقى كمّية تحرّك النظام ثابتة ومنتظمة ولا تتغيّر.
- أثناء التصادم أو الانفجار، تكون كمّية الحركة محفوظة دائمًا.
- تُحفظ طاقة النظام الحركية أثناء التصادم المرن.
- لا تُحفظ طاقة النظام الحركية أثناء التصادم اللامرن، وتتحوّل كمّية منها إلى حرارة أو تؤدّي إلى تشوّهات في شكل النظام.
- التصادم الذي يؤدّي إلى التحام الأجسام المتصادمة لتصبح جسمًا واحدًا هو تصادم لامرن كلّيًّا.

المعادلات الفيزيائية:

- كمّية الحركة:

$$\vec{P} = m.\vec{v}$$

- كمّية حركة نظام مؤلّف من كتل نقطية:

$$\vec{P}_{system} = \sum\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \ldots + \vec{P}_n = \vec{P}_t$$

- الدفع:

$$\vec{I} = \vec{F}.\Delta t$$

- معادلة القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

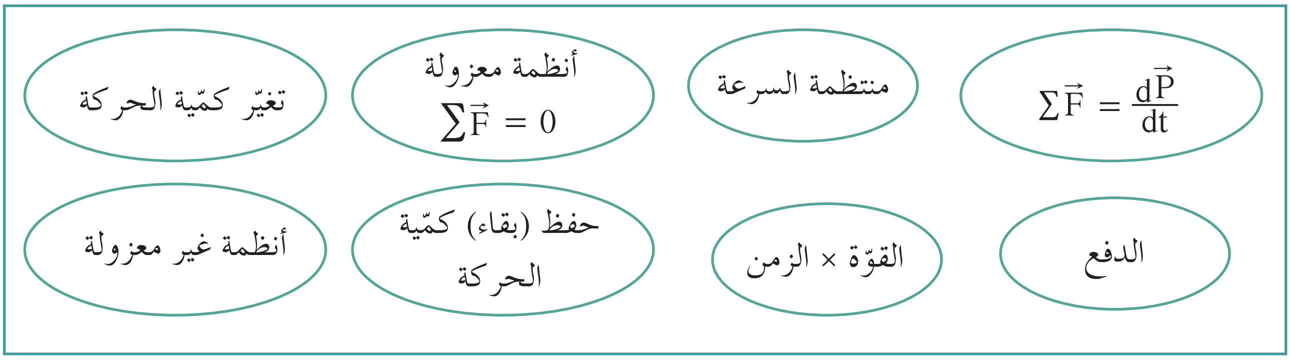
- السرعات الخطّية لكتلتين بعد التصادم المرن:

$$\vec{v'}_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 + (m_1 - m_2)\vec{v}_1}{(m_1 + m_2)}$$

$$\vec{v'}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 - (m_1 - m_2)\vec{v}_2}{(m_1 + m_2)}$$

خريطة مفاهيم الفصل

إِستخدم المصطلحات الموضّحة في الشكل التالي لرسم خريطة مفاهيم تُنظِّم معظم الأفكار التي احتواها الفصل.



تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربّع الواقع أمام الإجابة الأنسب لكلّ ممّا يلي:

1. مقدار الدفع لجسم متحرّك (خلال نفس الزمن) يتناسب طرديًّا مع:
- ☐ الطاقة الحركية
- ☐ متوسّط القوّة
- ☐ الطاقة المرنة
- ☐ متوسّط الكتلة

2. أثناء تصادم جسمين، الكمّية الفيزيائية المحفوظة هي:
- ☐ كمّية الحركة
- ☐ الطاقة الحركية
- ☐ الطاقة الحركية وكمّية الحركة
- ☐ الطاقة الميكانيكية

3. كمّية الحركة الخطّية لقمر صناعي يدور حول الأرض على مداره الدائري بسرعة خطّية v:
- ☐ تتغيّر في الاتّجاه على المسار
- ☐ تبقى ثابتة لحفظ (بقاء) كمّية الحركة
- ☐ تتغيّر في المقدار لتغيّر دفع القوة
- ☐ تساوي صفرًا بسبب انعدام قوة الدفع

4. القوى الداخلية في النظام هي:
- ☐ من الأسباب الرئيسية للتغيّر في مقدار كمّية الحركة.
- ☐ من الأسباب الرئيسية للتغيّر في مقدار طاقته الحركية.
- ☐ نتيجة التفاعل بين مكوّنات هذا النظام.
- ☐ من الأسباب الرئيسية لحفظ كمّية تحركه.

تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

1. هل يملك جسمان كمّية الحركة نفسها إذا ملكا مقدار الطاقة الحركية نفسه؟
2. كيف تحمي الدفاعات المطّاطية التي تلفّ سيّارات اللعب في مدينة الملاهي الأولاد أثناء التصادم؟
3. ما الشرط الضروري توفّره لتكون كمّية الحركة محفوظة؟

تحقق من مهاراتك

حلّ المسائل التالية:

1. كانت سيّارة كتلتها (1500)kg تتحرّك بسرعة (120)km/h عندما قرّر السائق إيقافها باستعمال المكابح.

(أ) هل كمّية حركة النظام محفوظة؟ اِشرح.

(ب) أُحسب مقدار متوسّط القوّة المبذولة من المكابح لإيقاف السيّارة في خلال 8(s).

2. جسم يتحرّك بطاقة حركية مقدارها (150)J وكمّية حركة مقدارها (30)kg.m/s. أُحسب مقدار كلّ من كتلة الجسم وسرعته الخطّية.

3. تدور الأرض حول الشمس بسرعة خطّية مقدارها (30)km/s.

(أ) أُحسب مقدار كمّية الحركة لمركز كتلة الأرض علمًا أنّ كتلة الأرض تساوي (6×10^{24})kg.

(ب) هل كمّية الحركة محفوظة؟ اِشرح.

4. متزلّج على الجليد كتلته $(60)kg$ يقف ساكنًا عندما اتّجه نحوه متزلّج آخر كتلته $(40)kg$ بسرعة $(12)km/h$ ليُمسِك به ويتحرّكان كنظام واحد بسرعة v .

(أ) أُحسب مقدار v .

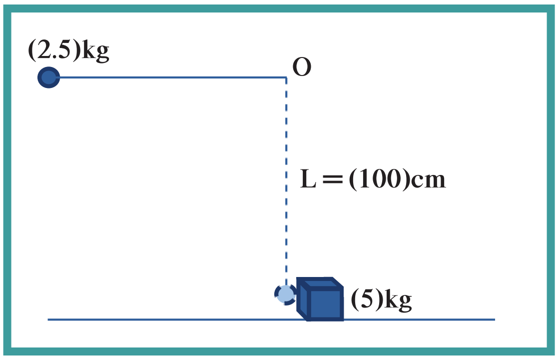
(ب) أُحسب مقدار الطاقة الحركية للنظام قبل وبعد التصادم .

(جـ) هل التصادم مرن؟ علِّل إجابتك .

5. كرة حديدية مصمتة كتلتها $(2.5)kg$ مربوطة بخيط عديم الوزن لا يتمدّد طوله $(100)cm$ ومثبَّت بطرفه الآخر بشكل رأسي عند النقطة O فوق سطح أملس . سُحِبت الكرة ليُصبِح الحبل أفقيًّا مشدودًا، وتُرِكت لتتحرّك من السكون لتصطدم تصادمًا مرنًا بمكعّب حديدي ساكن كتلته $(5)kg$ (شكل 115) .

(أ) أُحسب سرعة الكرة قبل لحظة اصطدامها بالمكعّب .

(ب) أُحسب سرعة الكرة والمكعّب مباشرةً بعد التصادم .



(شكل 115)

6. قوّة متغيّرة تتمثّل بالرسم البياني التالي تؤثّر في جسم ساكن كتلته $(2)kg$.

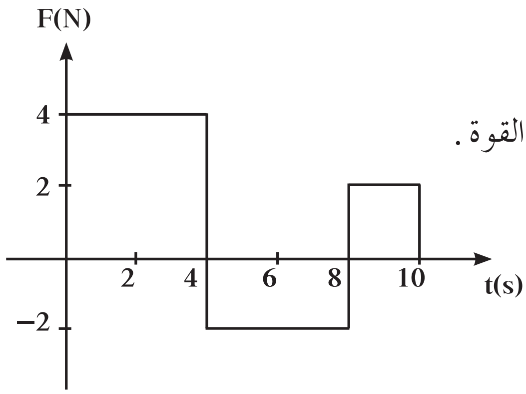
مستخدِمًا الرسم البياني ، أُحسب:

(أ) سرعة الجسم عند نهاية الثانية الرابعة .

(ب) الدفع خلال الثانيتين الأخيرتين من تأثير القوة .

(جـ) دفع القوّة الكلّي .

(د) الطاقة الحركية في نهاية مدّة التأثير .



أسئلة مراجعة الفصل 3

التواصل

أُكتب مقالًا لا يزيد عن عشرة أسطر تبيِّن فيه سبب ثني المظلّي ركبتيه أثناء ارتطامه بالأرض وانقلابه على جنبه بدلًا من أن يرتطم بالأرض وساقاه ممدوتتان. أشِر في مقالك إلى أهمّية زمن الاصطدام وتأثيره في مقدار متوسّط القوّة التي تبذلها الأرض على المظلّي.

نشاط بحثي

عندما يحقِّق رجال الشرطة في حادث إطلاق نار، يحتاجون في تحقيقاتهم إلى معرفة مكان إطلاق الرصاصة وسرعة إطلاقها لتحديد الفاعل، ولتحقيق هذه الغاية يستخدمون جهاز البندول القذفي.

أجرِ بحثًا تبيّن فيه ما هو البندول القذفي، وأشِر في بحثك إلى كيفية استخدام مبدأ حفظ (بقاء) كمّية الحركة على البندول القذفي وأهمّيته في تحديد مكان إطلاق الرصاصة وسرعتها.

ضمِّن بحثك القوانين والمعادلات الرياضية التي تدعم ما توصّلت إليه وتؤكّد كيفية الاستفادة من قانون حفظ (بقاء) كمّية الحركة في حياتنا اليومية.

ملاحظات

ملاحظات