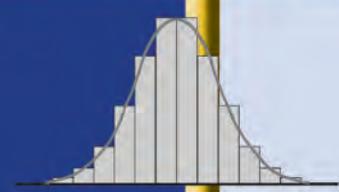
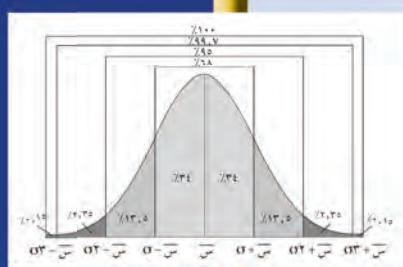


الرِّياضِيَّاتُ

كُرَاسَةُ التَّمَارِينِ



١١

الصف الحادي عشر أدبي
الفصل الدراسي الثاني

الرياضيات

الصف الحادي عشر أدبي
الفصل الدراسي الثاني

كرّاسة التمارين

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. حسين علي عبدالله (رئيساً)

أ. فتحية محمود أبو زور

أ. حصة يونس محمد علي

الطبعة الثانية

١٤٤٠ - ١٤٤١ هـ
٢٠١٩ - ٢٠٢٠ م

الطبعة الأولى م ٢٠١٣
الطبعة الثانية م ٢٠١٥
م ٢٠١٧
م ٢٠١٩

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف الحادي عشر أدبي

أ. فتحي محمد عبد الفتاح (رئيساً)

أ. محمد بدر حاتم محمد أ. إقبال محمد البحري

أ. مها زايد مطلق العنزي أ. رضية جواد حسين النصر

أ. محمد عبدالله الحمد المجرن

دار التَّرْبِيَّون ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٣ م House of Education

شاركنا بتقييم مناهجنا



الكتاب كاملاً





صَاحِبُ الْسَّمْوَاتِ الشَّيْخُ صَبَّاجُ الْأَحْمَادُ الْجَابِرُ الصَّبَّاجُ
أَمِيرُ دُولَةِ الْكُوَيْتِ



سمو الشيخ ناصر الجابر الصباح

في عهد دولة الكويت

المحتويات

الوحدة الرابعة: وصف البيانات

٨	تمرين ٤-٤
١٢	تمرين ٤-٤
١٦	تمرين ٤-٤
٢٠	تمرين ٤-٤
٢٢	اختبار الوحدة الرابعة
٢٦	تمارين إثرائية

الوحدة الخامسة: الاحتمال

٣١	تمرين ٥-٤
٣٥	تمرين ٥-٤
٤٠	تمرين ٥-٤
٤٥	اختبار الوحدة الخامسة
٤٨	تمارين إثرائية

الوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى ومحظط الصندوق ذو العارضتين

Median , Lower and Upper Quartile–Box and Whisker Plot

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) يبيّن الجدول التكراري التالي درجات ١٥ طالب في أحد الاختبارات علماً بأن النهاية العظمى هي ١٠ درجات.

الدرجة	١٠	٨	٧	٦	٥	٤	المجموع
التكرار	٢	٣	٢	٣	٣	٢	١٥

(أ) رتّب هذه البيانات بحسب القيم تصاعدياً.

(ب) أوجد الوسيط (M_2) لهذه البيانات.

(ج) أوجد الربع الأدنى (M_1), والربع الأعلى (M_3).

(د) مثل هذه البيانات بمحظط الصندوق ذي العارضتين.

(٢) يبيّن الجدول التكراري التالي درجات الحرارة العظمى في ١٢ مدينة في أحد الأيام.

الدرجة	٥٤٠	٥٣٨	٥٣٦	٥٣٤	٥٣٢	٥٣٠	٥٢٨	المجموع
التكرار	١	٢	٣	١	٣	١	١	١٢

(أ) أوجد الوسيط (M_2), الربع الأدنى (M_1) والربع الأعلى (M_3).

(ب) مثل البيانات السابقة بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٣) من المجدول التكراري التالي:

الفئة	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٤	٨	٩	٧	٢	٣٠

(أ) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(ب) أوجد الوسيط حسابياً.

(٤) يبيّن المجدول أطوال ٢٤ طالب (بالستيمتر).

الطول	-١٦٠	-١٦٥	-١٧٠	-١٧٥	-١٨٠	-١٨٥	المجموع
التكرار	٤	١	٤	٦	٧	٢	٢٤

(أ) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(ب) أوجد الربيع الأدنى حسابياً.

(٥) من الجدول التكراري التالي:

المجموع	-١٦	-١٤	-١٢	-١٠	-٨	-٦	الفئة
النكرار	٤	٧	٥	٤	٣	٥	٢٨

(أ) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(ب) أوجد الربيع الأعلى حسابياً.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) جاءت أوزان ١٣ طالبًا في أحد صفوف المرحلة الثانوية بالكيلوجرام وفق الجدول التالي:

الوزن	٥٦	٥٧	٥٨	٦٠	٧٠	المجموع
التكرار	٢	٣	٥	٢	١	١٣

مُثِّل هذه البيانات على خطط الصندوق ذي العارضتين.

(٢) تبيّن في إحدى المؤسسات أن عدد سنوات خدمة العاملين فيها يمكن ترتيبه على الجدول التالي:

الفئة (سنوات الخدمة)	-٥	-٠	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	المجموع
عدد العاملين	١٤	٥٣	٤٥	٢٢	١٢	٨	٦	٦٠	١٦٠

(أ) كُوّن جدول تكراري متجمع صاعد.

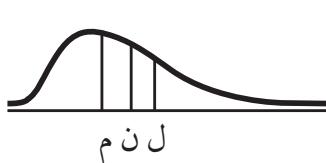
(ب) أوجد الوسيط، الربع الأدنى، والربع الأعلى حسابياً.

الإلتوااء

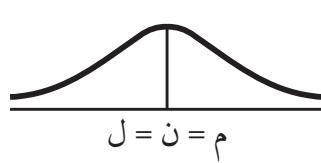
Skewness

المجموعة ١ تمارين أساسية

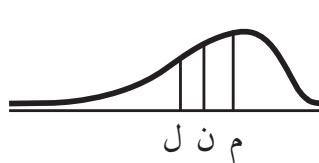
- (١) لدينا ثلاثة منحنيات بحيث تم تحديد ثلاثة نقاط على كل واحد منها.
حدد أيّ من النقاط تمثل المتوسط الحسابي، أيّ منها تمثل الوسيط وأيّ منها تمثل المتوسط؟



(ج)



(ب)



(أ)

- (٢) يبيّن الجدول أدناه التوزيع التكراري لدرجات ٢٧ طالباً في اختبار مادة الرياضيات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

المجموع	-١٨	-١٦	-١٤	-١٢	-١٠	-٨	-٦	-٤	الفئة
التكرار	١	٣	٧	٦	٤	٣	٢	١	

- (أ) مثل هذه البيانات بالدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



- (ب) استناداً إلى المنحنى التكراري هل يوجد التوااء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٣) إن المتوسط الحسابي لرواتب لاعبي إحدى فرق كرة القدم العالمية ١٥٠٠٠٠٠ دينار كويتي. أما وسيط الرواتب هو ٨٠٠٠٠٠ ديناراً كويتياً. ما الذي يفسر هذا الفارق بين المتوسط والوسيط.

(٤) ٢٥ شخص يتبعون حدثاً معيناً، أعمارهم موزعة كالتالي:

٢٥، ٢٢، ٢٢، ١٩، ١٨، ١٧، ١٦، ٨، ٧، ٧، ٦، ٦، ٦، ٤، ٤، ٣

(أ) أوجد كل من المتوسط الحسابي والوسيط؟

(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه.

(٥) تتمثل البيانات التالية عدد البطاقات المباعة خلال الأسبوع الأول من عرض أحد الأفلام في عدة صالات عرض: ٤٩٧، ٤٢٩، ٧٤٦، ٤٦٤، ٥٠٤، ٣٢٦

(أ) أوجد الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى لهذه البيانات.

(ب) مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

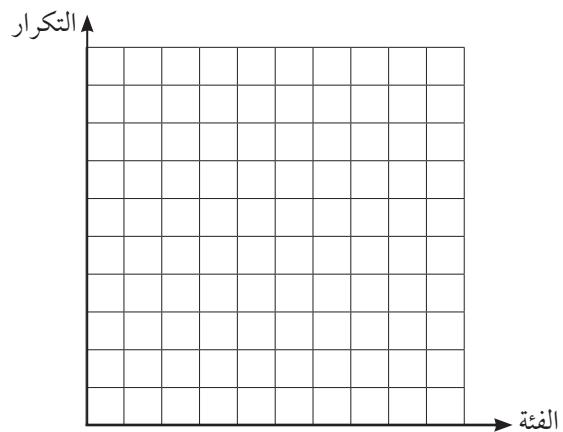
(ج) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) من المجدول التكراري التالي:

المجموع	-١٠٠	-٨٠	-٦٠	-٤٠	-٢٠	الفئة
٢٠	١	٢	٣	٩	٥	التكرار

(أ) مثل هذه البيانات بالدرج التكراري ومنه ارسم المحنن التكراري.



(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٢) يقوم أحد الموظفين في أحد المطارات بتسجيل أوقات تأخير الرحلات عن الوقت المحدد. فجاء زمن تأخير رحلة بالدقائق كالتالي: ٩، ١٢، ٥، ٢، ١٥، ٦، ٧، ١٧، ٣، ٥، ٣، ٤، ٦، ٩، ١٥

(أ) أوجد كلاً من المنوال والوسيط والمتوسط الحسابي.

(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٣) جاءت أوزان ١٦ طالبًا بالكيلوجرام كما يلي:

70,77,77,70,72,72,70,70,70,70,09,0A,0A,0V,07,07

(أ) احسب الوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى.

(ب) مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

(ج) هل البيانات تمثل تماثلاً أم التواء إلى اليمين أو التواء إلى اليسار؟

مقاييس التشتت وتطبيقاتها

Measures of Dispersion and its Applications

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في البيانات التالية: ١٤، ١٢، ١١، ٩، ١٣، ١٥، ١٠، ٧، ٨ في البيانات التالية:

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الربع الأدنى، الربع الأعلى، نصف المدى الربيعي.

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

(٢) تضع شركة لإنتاج الأجبان ملصقاً على كل علبة يبيّن مكونات هذا النوع من الأجبان إضافة إلى أن ٥٠٪ من هذه المكونات هي مواد دهنية.

وقد أظهرت دراسة تحليلية أجريت على ١٠٠ علبة من هذه الأجبان النتائج التالية:

الفئة (نسبة مئوية)	-٤٢	-٤٥	-٤٨	-٥١	-٥٤	المجموع	النكرار
مركز الفئة						١٠٠	٣

(أ) أكمل الجدول بإضافة صفاً واحداً يبيّن مركز كل فئة.

الفئة (نسبة مئوية)	-٤٢	-٤٥	-٤٨	-٥١	-٥٤	المجموع	النكرار
مركز الفئة						١٠٠	٣

(ب) أوجد المتوسط الحسابي \bar{x} للنسبة المئوية من المواد الدهنية.

(ج) أوجد الانحراف المعياري s لهذه النسب المئوية.

(٣) تبيّن لإحدى المؤسسات الصناعية أن المتوسط الحسابي لأرباحها الشهرية ١٢٥٠ ديناراً بانحراف معياري ٢٢٥ دينار وأن المنحنى التكراري لهذه الأرباح على شكل جرس (توزيع طبيعي).

(أ) طبق القاعدة التجريبية.

(ب) هل وصلت أرباح هذه المؤسسة إلى ٢٠٠٠ دينار.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في البيانات التالية: ٢٤، ٢٥، ٢٧، ٢١، ١٨، ٢٠، ٢٩، ٢٨

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الربع الأدنى، الربع الأعلى، نصف المدى الربيعي.

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

(٢) أراد صاحب متجر تصنيف السلع المباعة بحسب أسعارها. فوضع الجدول التالي:

الفئة بالدينار	-٥٠	-٤٠	-٣٠	-٢٠	-١٠	-٠	المجموع
النكرار	١٩٠	٣٠٠	٤٧٠	٢٨٠	٢٦٠	١٠٠	١٦٠٠

(أ) أوجد المتوسط الحسابي.

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار السلع.

(٣) يعلن مصنع لإنتاج الأسلال المعدنية إن متوسط تحمل السلك هو ٤٠٠ كجم بانحراف معياري ٢٠٠ كجم على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع تحمل الأسلال المعدنية يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي.

(أ) طبق القاعدة التجريبية.

(ب) أوجد النسبة المئوية للأسلال المعدنية التي يزيد تحملها عن ١٠٠٠ كجم.

(٤) في المدينة ١ يزن أحد الرجال ٧٥ كجم حيث المتوسط الحسابي لأوزان الرجال هو ٧٠ كجم مع انحراف معياري ٥ كجم للرجال، وفي المدينة ب يزن أحد الرجال ٨٠ كجم حيث المتوسط الحسابي للأوزان هو ٧٦ كجم للرجال مع انحراف معياري ٨ كجم.

أوجد القيمة المعيارية Z_1 لوزن ٧٥ كجم في المدينة ١ والقيمة المعيارية Z_2 لوزن ٨٠ كجم في المدينة ب.

تطبيقات إحصائية

Statistical Applications

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) يبيّن الجدول التالي عدد زيارات الأطفال عند الطبيب خلال سنة:

المجموع	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	عدد الزيارات عند طبيب الأطفال
١٤٠	١	٤	١٥	٣٨	٤٥	٢٧	٨	٢	عدد الأطفال

(أ) أوجد المتوسط الحسابي ووسيط هذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

C	B	A
		1
		2
		3
		4
		5
		6

A
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

E	D	C	B	A
				1
				2
				3
				4
				-

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) قرر أحد أطباء التخدير قياس معدل الألم لدى سبعة مرضى وذلك باستخدام مؤشر قياس من ١٠٠ ملم، فكانت النتائج كما في الجدول التالي:

معدل الألم بمقاييس ١٠٠ ملم	٥٦	٦	٣	٣	٢	١	١
----------------------------	----	---	---	---	---	---	---

(أ) أوجد كل من المتوسط الحسابي، الوسيط، الانحراف المعياري مستخدماً برنامجاً إحصائياً.
ماذا تلاحظ؟

(ب) حول هذا الطبيب المعطيات من المقياس الأصلي بالملم إلى مقياس جديد مستخدماً دالة \ln في الآلة الحاسوبية فيصبح الجدول كما يلي:

D	C	B	A	1
				2
				3
				4
				5
				6
				7
				8

معدل الألم بعد تطبيق \ln
.
.
٠,٦٩٣١٤٧١٨١
١,٠٩٨٦١٢٢٨٩
١,٠٩٨٦١٢٢٨٩
١,٧٩١٧٥٩٤٦٩
٤,٠٢٥٣٥١٦٩١

أوجد كلاً من المتوسط الحسابي، الوسيط، الانحراف المعياري مستخدماً برنامجاً إحصائياً.
ماذا تلاحظ مقارنة مع نتائج (أ)؟

اختبار الوحدة الرابعة

أسئلة المقال

(١) جاءت نتائج طلاب الفصل الحادي عشر ثانوي في مادة اللغة العربية حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي:
٩، ١١، ١٠، ١٢، ٨، ١٥، ١٣، ١١، ١٦، ١٢، ١٧، ١٦، ١٥، ١٤، ١٣، ١٨، ١٦، ١٧، ١٨، ١٤، ١٢، ١٧، ١٦، ١٥، ١٢، ١٧، ١٤، ١١، ١٠، ١٢، ١٥، ١٤، ٨

(أ) أوجد وسيط لهذه البيانات.

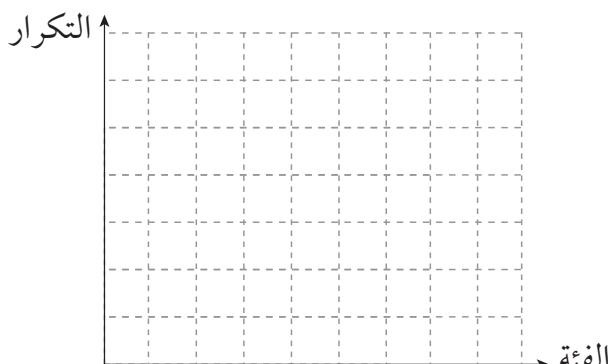
(ب) أوجد الربع الأدنى والربع الأعلى.

(ج) مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٢) جاءت أطوال قامات طلاب الفصل الحادي عشر بالستيمتر وفقاً للجدول التالي:

الفئة	- ١٦٣	- ١٦٦	- ١٦٩	- ١٧٢	- ١٧٥	- ١٧٨	المجموع
النكرار	٣	٦	٤	٤	٣	٥	٢٥

(أ) مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه.

(٣) في دراسة لأوزان عدد من الطلاب بالكيلوجرام جاءت النتائج كما يلي:
٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩.

(٤) الدرجة النهائية لأحد طلاب القسم الثانوي في مادة الرياضيات ١٦، المتوسط الحسابي لدرجات الطالب في مادة الرياضيات ١٣، الانحراف المعياري لهذه الدرجات ١، ٧٥، أما الدرجة النهائية لهذا الطالب في مادة العلوم فكانت ١٦ والمتوسط الحسابي لدرجات الطالب في هذه المادة ١٣ والانحراف المعياري لهذه الدرجات ١، ٨، في أي مادة تعتبر درجة هذا الطالب أفضل؟

(٥) لمعرفة جدية الطالب في أحد الفصول، تم إحصاء عدد الكتب الموجودة مع كل طالب فأدت النتائج على الشكل التالي:

المجموع	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	عدد الكتب
٣٠	١	٢	١	٢	٨	١٢	٤	النكرار

(أ) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

C	B	A
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		
31		

E	D	C	B	A
				1
				2
				3
				4

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

G	F	E	D	C	B	A
						1
						2
						3

(٦) تبارى ٩ أصدقاء في ما بينهم لمعرفة عدد الكرات الموجودة داخل علبة مقلدة، عندما يتبيّن أن إحدى الإجابات عن عدد الكرات داخل العلبة صحيحة يكون صاحب الإجابة فائزًا.

جاءت إجابات الأصدقاء كالتالي: ١٢، ٩، ٧، ٢، ٠، ٤، ١، ٧، ٩ - ٩ (علمًا أن الأعداد السالبة تعني تقدير عدد الكرات أقل من العدد الفعلي والأعداد الموجبة تعني تقدير عدد الكرات أكبر من العدد الفعلي).

أوجد التباين والانحراف المعياري لأنخطاء تقدير عدد الكرات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

C	B	A
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		10

البنود الموضوعية

في البنود (١-٧) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (١) في البيانات التالية: ٣، ٨، ١٥، ١٢، ٢٠ نصف المدى الربيعي هو ١٧
- (٢) في البيانات التالية: ٣٢٦، ٣٢٥، ٣٢٤، ٣٢١، ٣١٧، ٣١٦، ٣١٤، ٣٠٨ الربيع الأدنى هو ٣١٦، ٥
- (٣) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو ٤ فإن التباين هو ٢
- (٤) إذا كان المتوسط الحسابي لعينة ما يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٢ والمنحنى على شكل جرس فإن ٩٥٪ من القيم تقع في [٢٤، ١٦]
- (٥) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x} = 14$ ، والانحراف المعياري $s = 4$ فإن القيمة المعيارية لـ $x = 16$ هي $\frac{1}{2}$

- (٦) في التوزيع الطبيعي الفترة $[س - \sigma, س + \sigma]$ تحتوي على ٩٥٪ من قيم البيانات.
- (٧) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{S} = 12$ القيمة المعيارية لـ $S = 15$ هي $\sigma = 4$ فإن الانحراف المعياري $\sigma = 7, 5$

الاختيار من متعدد: في البنود (٨-١٣)، لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيحة، ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

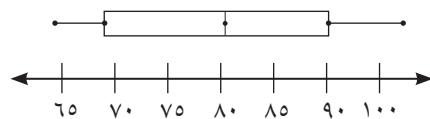
(٨) إذا كانت القيمة المعيارية لـ $S = 18$ من مجموعة بيانات هي $\sigma = 7, 5$ والانحراف المعياري $\sigma = 8$ فإن المتوسط الحسابي \bar{S} يساوي:

- ٢٤- (أ) ١٢ (ب) ١٢-٥ (ج) ١٢-٠ (د) ٢٤-

(٩) وسيط البيانات التالية: ٥٠، ١، ٥٠، ١٥، ١٠، ٥، ١٠، ١٥، ٢٥، ٢٠، ١٠، هو:

- ٢٠ (أ) ١٥ (ب) ١٢, ٥ (ج) ١٠ (د) ٢٠-

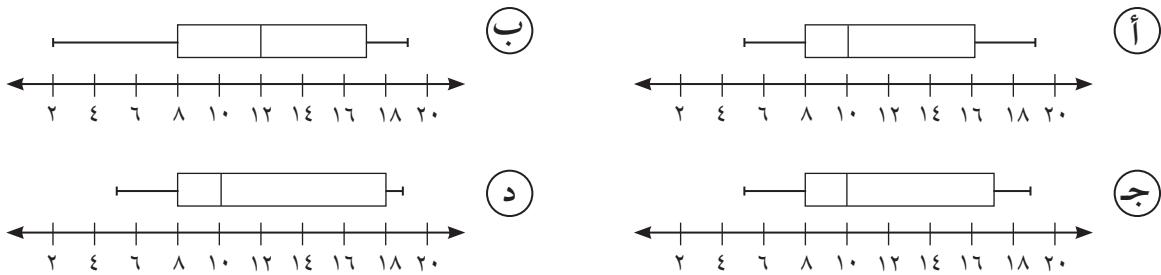
(١٠) من خلال مخطط الصندوق ذي العارضتين التالي، قيمة الربع الأعلى هي:



- ١٠٠ (أ) ٧٠ (ب) ٨٠ (ج) ٩٠ (د) ١٠٠-

(١١) البيانات: ٦, ٥, ٧, ٦, ٥, ٩, ٩, ٨, ٧, ٦, ٥ تمثل عدد ساعات استخدام شبكة الإنترنت من قبل طلاب صف الرياضيات.

أي مخطط صندوق ذو العارضتين أدناه يمثل هذه البيانات؟



(١٢) أي مما يلي لا يمثل مقاييس النزعة المركزية.

- (أ) المتوسط الحسابي (ب) الوسيط (ج) التباين (د) المنوال

(١٣) في المنهجي التكراري حيث الاتوء بجهة اليمين يكون المتوسط الحسابي:

(أ) أكبر من الوسيط (ب) أصغر من الوسيط (ج) يساوي الوسيط (د) ليس أي مما سبق صحيحًا

ćمارین إثراية

(١) في دراسة لأطوال قمامات عدد من المراهقين بالستيمتر كانت النتائج كما يبيّن الجدول التالي:

الطول	١٥٨	١٥٩	١٦٠	١٦١	١٦٢	١٦٣	١٦٤	١٦٤	١٦٥	١٦٦	١٦٧	١٦٨	١٦٩	١٧٠	١٧١	١٧٢	المجموع	٥٠
التكرار	٢	٣	٤	١	٢	٦	٧	٨	٤	١	٢	٦	٧	٨	٤	١	١	

(أ) أوجد الوسيط لهذه البيانات.

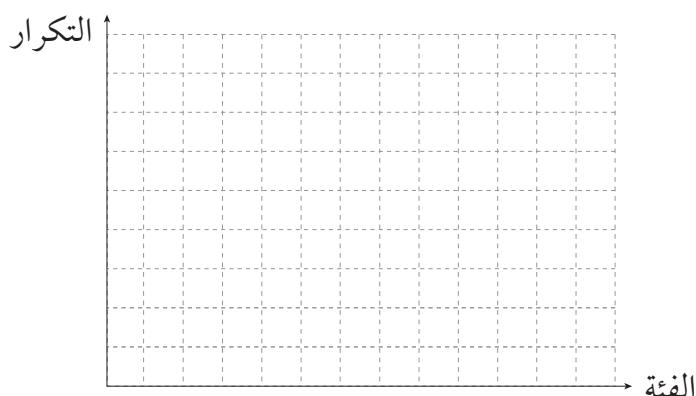
(ب) أوجد الربع الأدنى والربع الأعلى.

(ج) مثل هذه البيانات على مخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٢) في اختبار مادة الكيمياء كانت درجات الطلاب حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يبيّن الجدول التكراري التالي:

الفئة	-٦	-٨	-١٠	-١٢	-١٤	-١٦	-١٨	المجموع	٣٢
التكرار	٢	٥	٧	٨	٦	٣	١	النكرار	

(أ) مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



(ب) هل يوجد التواه؟ حدد نوعه إن وجد.

(٣) لاحظ المدرب أن أطوال قامات لاعبي كرة السلة (بالستيمر) موزعة على الجدول التكراري التالي:

الفئة	-١٧٥	-١٨٠	-١٨٥	-١٩٠	-١٩٥	المجموع	النوع
التكرار	٢	٣	٥	٦	٨	٣٧	

(أ) مثل هذه البيانات بالدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



(ب) هل يوجد التواه؟ حدد نوعه إن وجد.

(٤) في اختبار اللغة العربية جاءت نتائج طلاب الصف الحادي عشر حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يبين الجدول التكراري التالي:

الدرجة	-٦	-٨	-١٠	-١٢	-١٤	المجموع	النوع
التكرار	٦	٤	٣	٩	٨	٣٠	

أوجد المتوسط الحسابي \bar{x} والانحراف المعياري مع لقيم هذه البيانات.

(٥) في العاصمة الكويت كان معدل درجات الحرارة لشهر يونيو من سنة ٢٠١١ حوالي 43°C مئوية والانحراف المعياري $5,2$ ، وفي السالمية كان معدل درجات الحرارة لشهر يونيو من سنة ٢٠١١ حوالي 41°C مئوية والانحراف المعياري $3,75$

أوجد القيمة المعيارية لدرجة حرارة 45°C مشتركة في أحد أيام شهر يونيو من سنة ٢٠١١

(٦) لدينا مجموعة الأعداد التالية: $8, 3, 7, 4$.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الأعداد والانحراف المعياري.

(ب) إذا أضفنا 5 على كل عدد من هذه الأعداد فأوجد متوسطها الحسابي والانحراف المعياري باستخدام برنامج احصائي. ماذا تستنتج؟

F	E	D

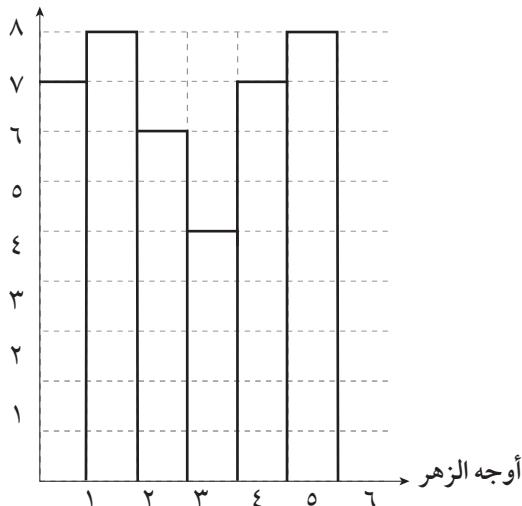
C	B	A	1
			2
			3
			4
			5
			6

(ج) إذا ضربنا 5 على كل عدد من هذه الأعداد فأوجد متوسطها الحسابي والانحراف المعياري. ماذا تستنتج؟

I	H	G

(٧) سجّل فيصل نتائج رمي حجر النرد عدداً من المرات فكانت النتائج كما في التمثيل البياني التالي:

التكرار



(أ) كون جدول تكراريًّا لهذه البيانات.

C	B	A
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		10
		11
		12
		13
		14
		15
		16
		17

(ب) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط لهذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

E	D	C	B	A	
					1
					2
					3
					4
					5
					6
					7

(ج) أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

G	F	E	D	C	B	A	
							1
							2
							3
							4
							5
							6
							7

مبدأ العد والتباديل والتوافيق

Counting Principle , Permutations and Combinations

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) ضع قائمة تبيّن كل الكلمات من ثلاثة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كُلّ من الحروف: م ج د، دون تكرار أي كلمة (ها معنى أو ليس لها معنى).

(٢) ضع قائمة تبيّن كل الكلمات من أربعة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كُلّ من الحروف: س ع ي د، دون تكرار أي كلمة (ها معنى أو ليس لها معنى).

في التمارين (٣-٨)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحاً خطوات الحل):

$$(3) 8!$$

$$(4) \frac{11!}{9!}$$

$$(5) 6! \times 4!$$

$$(6) 5! \times 3!$$

$$(7) 5! + 3!$$

$$(8) 6! - 8!$$

في التمارين (١٥-٩)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحاً خطوات الحل):

$$(٩) \underline{\underline{11}}^{12} ل$$

$$(١٠) \underline{\underline{10}}^{12} ل$$

$$(١١) \underline{\underline{10}}^{12} ه$$

$$(١٢) \underline{\underline{10}}^{12} ل$$

$$(١٣) \underline{\underline{3}}^8 + \underline{\underline{3}}^8 ل$$

$$(١٤) \underline{\underline{3}}^8 - \underline{\underline{2}}^8 ل$$

$$(١٥) \frac{\underline{\underline{8}}^{12}}{\underline{\underline{8}}^{12} ل}$$

(١٦) اشتراك ٨ طلاب في اختبار الحصول على منحة مدرسية. بكم طريقة مختلفة يمكن توقع الفائزين الثلاثة الأوائل بالترتيب؟

(١٧) يمكن لمسافر الاختيار بين ٣ شركات طيران، و ٥ فنادق، و ٤ شركات لتأجير السيارات. بكم طريقة ممكنة يمكنه اختيار شركة الطيران والفندق وشركة تأجير السيارات؟

(١٨) لدى سلمى ٣ أقلام تلوين (زهري، أزرق،بني). تريد تلوين ٤ دوائر متباينة (كل دائرة بلون واحد).

(أ) بكم طريقة مختلفة يمكنها تلوين الدوائر؟

(ب) بكم طريقة مختلفة يمكنها تلوين الدوائر إذا لم تستخدم اللون الزهري؟

في التمارين (٢٥-١٩)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحاً خطوات الحل):

$$(١٩) \underline{\underline{11}}^{12} ق$$

$$(٢٠) \underline{\underline{10}}^{12} ق$$

$$(٢١) \underline{\underline{10}}^{12} ق ه$$

$$(٢٢) \underline{\underline{12}}^{12} ق$$

$$(٢٣) \underline{\underline{12}}^{12} ق$$

$$(٢٤) \underline{\underline{3}}^٥ + \underline{\underline{3}}^٥ ق$$

$$(٢٥) \frac{\underline{\underline{3}}^٥ ق}{\underline{\underline{2}}^٥ ق}$$

(٢٦) ي يريد معلم التربية الفنية اختيار ٤ رسوم من أعمال طلابه لتعليقها في غرفة الصف. بكم طريقة ممكنة يمكنه الاختيار إذا كان في الصف ٢٤ طالباً؟

(٢٧) حل المعادلات التالية:

$$(أ) \frac{n!}{n^3} = 20$$

$$(ب) n^3 = 10$$

$$(ج) 12 = \frac{n!}{(n-2)!}$$

(٢٨) من بين ٥ معلمين يراد اختيار معلم لتدريب طلبة الأولمبياد في مادة الرياضيات ثم معلم آخر لإعداد الاختبار. أوجد عدد طرق الاختيارات.

(٢٩) من بين ٨ طلاب بكم طريقة يمكن لمعلم التربية البدنية اختيار ثلاثة طلاب واحداً تلو الآخر للاشتراك في كرة الطائرة وكمة السلة وكرة القدم.

(٣٠) بكم طريقة يمكن اختيار أربع طلاب من بين ١٢ طالباً للذهاب للمركز العلمي.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١-٢)، ضع قائمة تبيّن كل الكلمات الممكن كتابتها باستخدام كل الحروف، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

(٢) ش، ك

(١) ن، ج، ح

في التمارين (٣-٨)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحاً خطوات الحل):

$$(3) !6$$

$$(4) !7 - 4$$

$$(5) \frac{!8}{!5}$$

$$(6) !7 - !5$$

$$(7) \frac{!15}{!3!12}$$

$$(8) !4 \times 4$$

(٩) يوجد في كيس ٥ كرات من اللون الأحمر، ٦ كرات من اللون الأخضر. من دون النظر داخل الكيس قام خالد بسحب كرتين معاً.

(أ) بكم طريقة يمكن سحب الكرتين معاً.

(ب) بكم طريقة يمكن أن تكون الكرتين المسحوبتين حمراوين.

(١٠) حل كلاً من المعادلات التالية:

$$(1) n^2 = 28$$

$$(2) \frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 42$$

$$(3) n^2 = 8n$$

في التمارين (١٦-١١)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (مع توضيح خطوات الحل)

$$(11) \sqrt[3]{8}$$

$$(12) \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$$

$$(13) \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$$

$$(14) \sqrt[7]{9}$$

$$(15) \sqrt[3]{2} + \sqrt[5]{2}$$

$$(16) \frac{\sqrt[7]{5}}{\sqrt[7]{3}}$$

(١٧) في اختبار صحيحة خطأ من ٥ أسئلة. بكم طريقة مختلفة يمكن الإجابة؟

(١٨) وضعت ١٠ نقاط مختلفة على دائرة. ما عدد المثلثات المختلفة الممكن تكوينها باختيار ٣ من هذه النقاط؟

نظريّة ذات الحدين The Binomial Theorem

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، املأ الفراغ بالعدد المناسب.

$$(1) (س + ص)^4 = س \boxed{} + \boxed{} س^3 ص + ٦ س^2 \boxed{} س ص^2 + \boxed{} س ص + ص$$

$$(2) (ز - ص)^3 = ز \boxed{} - \boxed{} ز^2 ص + \boxed{} ز ص^2 - ص$$

$$(3) (س + ص)^٥ = س \boxed{} + \boxed{} س^4 ص + ١٠ س^3 \boxed{} ص^2 + \boxed{} س^2 ص^3 + \boxed{} س ص^٤ + ص$$

في التمارين (٤-٩)، أوجد مفكوك كل ما يلي:

$$(4) (١ + س)^٤$$

$$(5) (١ - س)^٤$$

$$(6) (١ - س^٢)^٥$$

$$(7) (١ - س^٢)^٣$$

$$(8) (س - ص)^٣$$

$$(9) \left(\frac{س}{٢} - ١\right)^٤$$

(١٠) في مفكوك $\left(١ - \frac{٣}{٢ س}\right)^٥$ أوجد:
(أ) الحد الثالث.

(ب) الحد الخامس.

(١١) أوجد معامل s^3 في مفكوك $(1 - s)^4$.

(١٢) أوجد معامل s^3 في مفكوك $(s + \sqrt{s})^6$.

(١٣) في مفكوك $(s + 2)^6$ أوجد معامل s^4 .

(١٤) في مفكوك $(s - \frac{1}{2})^8$ أوجد معامل s^5 .

(١٥) (أ) بسط $(\sqrt[3]{s} + 2)^4$.

(ب) أثبت أن: $194 = (\sqrt[3]{s} - 2)^4 + (\sqrt[3]{s} + 2)^4$.

(١٦) أثبت أن: $\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s^3} \right)^3 = s^3 + \left(\frac{1}{s^3} + \frac{1}{s} \right)^3$.

(١٧) أوجد مفكوك $s^2 + 2$:

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٧)، أوجد مفكوك كل مما يلي:

(١) $(s - 2)^3$

(٢) $(s - 1)^3$

(٣) $(s + 1)^3$

(٤) $\left(b + \frac{1}{2} \right)^3$

$$^4(ب٣ - ب٤) (٥)$$

$$^4\left(\frac{1}{س} + س \right) (٦)$$

$$^3(١ + س^٣) (٧)$$

(٨) في مفکوك $(٢ + س)^٤$ ، أوجد معامل $س^٣$.

(٩) أوجد معامل $س^٤$ في مفکوك $(س + ص)^٧$

(١٠) أثبت أن: $\sqrt[4]{112} = \sqrt[4]{(\sqrt[3]{4} - 2)} - \sqrt[4]{(\sqrt[3]{4} + 2)}$

(١١) إذا كان: $\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{(2\sqrt{2} - \sqrt[3]{2})} - \sqrt[3]{(2\sqrt{2} + \sqrt[3]{2})}$. فأوجد قيمة $\sqrt[3]{2}$.

(١٢) أثبت أن: $(1 + s)^7 = 1 + 7s + 21s^2 + 35s^3 + 35s^4 + 21s^5 + 7s^6 + s^7$.

الاحتمال

Probability

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، حدد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم غير مستقلين.

(١) اختيار كرة من كيس، ثم إعادةتها و اختيار كرة ثانية.

(٢) اختيار كرة من كيس دون إعادةتها ثم اختيار كرة ثانية.

(٣) عند رمي حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، الحصول في المرة الأولى على ٥ والحصول في المرة الثانية على ٥.

في التمارين (٤-٥)، إذا كان الحدثان A ، B مستقلين. أوجد $L(A \cap B)$.

$$(4) L(A) = 4, 0, 0, L(B) = 3, 0$$

$$(5) L(A) = \frac{1}{3}, L(B) = \frac{2}{5}$$

في التمارين (٦-٧)، إذا كان الحدثان M ، N متنافيين. أوجد $L(M \cup N)$.

$$(6) L(M) = 3, 0, 0, L(N) = 14, 0$$

$$(7) L(M) = 6, 0, 0, L(N) = 2, 0$$

(٨) إذا كان A ، B حدثان متنافيين في فضاء العينة Ω حيث:

$$L(A) = 4, 0, 0, L(B) = 35, 0, 0, \text{أوجد:}$$

$$(أ) L(\bar{A})$$

$$(ب) L(\bar{B})$$

$$(ج) L(A \cap B)$$

$$(د) L(A \cup B)$$

$$(هـ) L(\bar{A} \cup \bar{B})$$

(٩) إذا كان A ، B حدثين في فضاء العينة ف حيث:

$$L(A \cup B) = 0.4, L(A \cap B) = 0.3, L(B) = 0.25$$
، أوجد:

$$(أ) L(\overline{A \cup B})$$

$$(ب) L(A \cap B)$$

$$(ج) L(\overline{A} \cup B)$$

(١٠) إذا كان M ، N حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث $L(N) = \frac{1}{2}$ ، $L(\overline{M}) = \frac{3}{5}$ ، فأوجد كلاً ما يلي:

$$(أ) L(M)$$

$$(ب) L(M \cap N)$$

$$(ج) L(M \cup N)$$

(١١) إذا كان M ، N حدثين في فضاء العينة ف حيث $L(M \cup N) = 0.7$ ، $L(M) = 0.5$ ، $L(N) = 0.3$ ، فأوجد:

$$L(M \cap N)$$

(١٢) إذا كان M ، N حدثين في فضاء العينة ف حيث $L(\overline{M}) = \frac{1}{3}$ ، $L(\overline{N}) = \frac{1}{4}$ ، $L(M \cup N) = \frac{1}{5}$ ، فأوجد:

$$(أ) L(M \cup N)$$

$$(ب) L(M \cap N)$$

(١٣) إذا كان $L(M \cup N) = \frac{7}{10}$ ، $L(M) = \frac{1}{5}$ ، $L(M \cap N) = 0$ ، فأجد: $L(N)$

$$L(N)$$

(١٤) ألقى حجر نرد مرموم من ١ إلى ٦. ليكن:

الحدث A : الحصول على العدد ٢.

الحدث B : الحصول على أعداد مربعة.

الحدث C : الحصول على عدد زوجي.

أوجد:

$$(أ) L(A \cup B)$$

$$(ب) L(A \cup C)$$

$$(ج) L(A \cap C)$$

$$(د) L(B \cup C)$$

(١٥) إذا كان احتمال نجاح راشد في الاختبار $= \frac{2}{5}$ ، واحتمال نجاح سعد في نفس الاختبار $= \frac{1}{3}$ ،

فما احتمال أن ينجحوا معاً في نفس الاختبار؟

(١٦) في إحدى المؤسسات تم تنظيم دورة للموظفين في اللغة الإنجليزية والحاسوب. إذا كان عدد الموظفين في المؤسسة ٢٠٠ موظف وتم تنفيذ الدورات على الموظفين وفق الجدول التالي:

		دور الحاسوب
		دور اللغة الإنجليزية
نعم	لا	
نعم	٣٣	٤٥
لا	٥٢	٧٠

إذا تم اختيار موظف عشوائياً، فأوجد كلاً من الاحتمالات التالية:

(أ) أن يكون الموظف قد أخذ دورات اللغة الإنجليزية ودورات الحاسوب.

(ب) أن يكون الموظف قد أخذ دورات اللغة الإنجليزية ولم يأخذ دورات الحاسوب.

(ج) أن يكون الموظف قد أخذ دورات اللغة الإنجليزية أو أخذ دورات الحاسوب.

(١٧) في حوض ل التربية سمك السلمون هناك نوعان من الأسماك: السلمون المرقط والسلمون الملوّن. يبيّن الجدول توزيع هذه الأسماك في الحوض.

الطول بالستيمر	-٢٦	-٢٤	-٢٢	-٢٠
ملوّن	٣	٢٠	٣٥	١٢
مرقط	٧	١٥	٢٥	٣

أخذت سمكة عشوائياً من الحوض. أوجد كلاً من احتمالات الأحداث التالية:

م = «سمكة ملوّنة».

ب = «طولها أصغر من ٢٠ سم».

ج = «سمكة مرقطة وطولها على الأقل ٢٠ سم».

د = «سمكة مرقطة أو طولها على الأقل ٢٢ سم».

ه = «سمكة ملوّنة وطولها على الأقل ١٨ سم».

و = «ألا تكون مرقطة وألا يكون طولها أصغر من ٢٠ سم».

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١-٢)، حدد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم لا.

(١) سحب كرة حمراء من كيس والحصول على العدد ٣ عند رمي حجر نرد.

(٢) أن يكون الابن الأول في العائلة ولد والثاني أيضًا ولد.

في التمرينين (٣-٤)، إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، أوجد $L(M \cap N)$ حيث:

$$(3) L(M) = \frac{3}{7}, \quad L(N) = \frac{7}{15}$$

$$(4) L(M) = 12, \quad L(N) = 24, \quad M \cap N = 0$$

في التمرينين (٥-٦)، إذا كان الحدثان م، ن متنافيين. أوجد $L(M \cup N)$ حيث:

$$(5) L(M) = 14, \quad L(N) = 16, \quad M \cap N = 0$$

$$(6) L(M) = \frac{3}{5}, \quad L(N) = \frac{3}{10}$$

(٧) إذا كان M, B حدثنين متنافيين في فضاء العينة ف حيث:

$$L(M \cap B) = 25, \quad L(B) = 30. \quad \text{أوجد: } L(M \cup B)$$

$$(أ) L(\bar{B}) \quad (ب) L(B)$$

$$(ج) L(M \cap \bar{B}) \quad (د) L(M \cup B)$$

$$(ه) L(\bar{M} \cap \bar{B})$$

(٨) إذا كان M, B حدثنين في فضاء العينة ف حيث:

$$L(M \cap B) = 18, \quad L(B) = 32, \quad L(M) = 40. \quad \text{أوجد: } L(M \cup B)$$

$$(أ) L(\bar{B})$$

$$(ب) L(M \cap \bar{B})$$

$$(ج) L(\bar{M} \cup \bar{B})$$

(٩) إذا كان M, N حدثنين في فضاء العينة ف حيث: $L(M) = 45, \quad L(N) = 25, \quad L(M \cap N) = 7, \quad L(M \cup N) = 40$

أوجد: $L(M \cap N)$. ماذا تستنتج؟

(١٠) إذا كان M ، N حدثين في فضاء العينة Ω حيث: $L(M) = \{4, 7, 10\}$ ، $L(N) = \{0, 2, 4, 6\}$ ، فهل يمكن أن يكون هذان الحدثان متنافيين؟

(١١) إذا كان A ، B حدثين في فضاء العينة Ω حيث: $L(A \cup B) = \{1, 2, 4, 6, 10, 15, 24\}$ ، $L(A \cap B) = \{0, 12, 25\}$. فأوجد: $L(\bar{B})$.

(١٢) تحيي علبة ١٢ قرصاً متشابهاً مرقماً من ١ إلى ١٢، سحب قرص عشوائياً. أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

(أ) الحصول على العدد ٢.

(ب) الحصول على عدد فردي.

(ج) الحصول على عدد أولي.

(د) الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٤.

(١٣) ألقى حجر نرد أرقامه ٣، ٣، ٤، ٦، ١، ٣، فما احتمال الحصول على:

(أ) عدد زوجي.

(ب) عدد من مضاعفات العدد ٣.

اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة المقال

في التمارين (٣-١)، حدد ما إذا كانت الحالة تبيّن توفيقية أم تبديلاً، ثم حلّ.

(١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ ممثلين من مجموعة مؤلفة من ١١ ممثلاً لتحضير عمل مسرحي؟

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالباً مع مراعاة الترتيب.

(٣) أوجد مفكوك: $(1 - 2s)^4$

(٤) إذا كان M ، N حدثن مستقلين في فضاء العينة V حيث: $L(M) = \{0, 24, 38\}$ ، $L(N) = \{0, 20\}$.

فأوجد: $L(M \cap N)$.

(٥) إذا كان M ، N حدثن متنافيين في فضاء العينة V حيث: $L(M) = \{0, 20, 33\}$ ، $L(N) = \{0, 20\}$.

فأوجد: $L(M \cup N)$.

(٦) يبيّن الجدول المقابل فصائل الدم لـ ١٥٠٠ شخص.

اختير شخص عشوائياً من هذه المجموعة.

(أ) ما احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A؟

O	AB	B	A	الفصيلة	النوع
٥١٠	٦٠	٧٥	٥١٥	موجب	
١٦٥	١٥	٤٥	١١٥		سالب

(ب) ما احتمال أن يكون نوع دمه موجب؟

البنود الموضوعية

في البنود (١٢-١) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- | | |
|------|--|
| (١) | قيمة المقدار $10!$ هي 3628800 |
| (٢) | قيمة المقدار $4! \times 5!$ هي 360 |
| (٣) | قيمة المقدار 8L_2 هي 360 |
| (٤) | قيمة المقدار ${}^0C_3 \times {}^3C_5$ هي 15 |
| (٥) | ${}^0L_2 = {}^0C_2$ |
| (٦) | مفكوك $(j+1)^0$ هو: $j^0 + j^1 + j^2 + j^3 + j^4 + j^5 + j^6$ |
| (٧) | إذا كان الحد $126j^4$ أحد حدود مفكوك $(j+d)^n$ ، فإن قيمة n هي 5 |
| (٨) | إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(s+r)^n$ هو 7 فإن قيمة n هي 6 |
| (٩) | الحد الثاني من $(s+3)^9$ هو $54s^8$ |
| (١٠) | (اختيار لون السيارة عشوائياً) و اختيار نوع الإطارات عشوائياً) هما حدثان مستقلان. |
| (١١) | بفرض أن الحدين m, n مستقلان، $L(m) = \frac{12}{17}$ ، $L(n) = \frac{3}{8}$ إذًا $L(m \cap n) = \frac{9}{17}$ |
| (١٢) | في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين واحدة فإن احتمال الحصول على العدد 4 أو عدد زوجي يساوي $\frac{1}{2}$ |

في التمارين (١٣-٢٤)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(١٣) قيمة المقدار $\frac{10!}{17!3!}$ هي:

$$1 \quad \text{د} \quad 120 \quad \text{ج} \quad \frac{1}{120} \quad \text{أ} \quad \frac{10}{21}$$

(١٤) قيمة المقدار ${}^6L_2 \times {}^1C_6$ هي:

$$210 \quad \text{د} \quad 2,5 \quad \text{ج} \quad 7560 \quad \text{ب} \quad 75600 \quad \text{أ}$$

(١٥) قيمة المقدار ${}^7C_4 \times {}^9C_2$ هي:

$$735 \quad \text{د} \quad 10 \quad \text{ج} \quad 5,184 \quad \text{ب} \quad 18 \quad \text{أ}$$

(١٦) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 5 لاعبين لفريق كرة السلة من بين 12 لاعبًا إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهمًا؟

$$11404800 \quad \text{د} \quad 392 \quad \text{ج} \quad 475200 \quad \text{ب} \quad 95040 \quad \text{أ}$$

(١٧) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام مختلفة؟

$$24 \quad \text{د} \quad 840 \quad \text{ج} \quad 35 \quad \text{ب} \quad 210 \quad \text{أ}$$

(١٨) مفوك (٤ - ب) ^٣ هو:

$$\textcircled{ب} \quad ٣ب + ٢ب^٢ + ٣ب^٣$$

$$\textcircled{د} \quad ٣b - ٣b^2 + ٣b^3 - b^3$$

$$\textcircled{أ} \quad ٣b + ٢b^2 + b^3$$

$$\textcircled{ج} \quad ٣b - ٢b^2 + b^3 - b^3$$

(١٩) الحد الثالث في مفوك (٤ - ب) ^٧ هو:

$$\textcircled{ب} \quad b^0 - ٤٧b$$

$$\textcircled{د} \quad b^0 - ٤٢b$$

$$\textcircled{أ} \quad b^0 - ٤٢b$$

$$\textcircled{ج} \quad b^6 - ٤٧b$$

(٢٠) معامل ج ^٤ في مفوك (٢ ج - ٤ ب) ^٥ هو:

$$\textcircled{د} \quad ٥١٢٠$$

$$\textcircled{ج} \quad -٣٢٠$$

$$\textcircled{ب} \quad -٢٥٦٠$$

$$\textcircled{أ} \quad ١٢٨٠$$

(٢١) إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، حيث $L(M) = \frac{1}{3}$ ، $L(N) = \frac{9}{16}$ ، فإن $L(M \cap N)$ تساوي:

$$\textcircled{د} \quad \frac{11}{48}$$

$$\textcircled{ج} \quad \frac{3}{10}$$

$$\textcircled{ب} \quad \frac{25}{48}$$

$$\textcircled{أ} \quad \frac{3}{24}$$

(٢٢) إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين حيث $L(U) = \frac{3}{5}$ ، $L(T) = \frac{1}{3}$ ، فإن $L(U \cup T)$ تساوي:

$$\textcircled{د} \quad \text{صفر}$$

$$\textcircled{ج} \quad \frac{4}{15}$$

$$\textcircled{ب} \quad \frac{14}{15}$$

$$\textcircled{أ} \quad \frac{1}{5}$$

(٢٣) إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين حيث $L(U) = \frac{1}{7}$ ، $L(T) = \frac{1}{60}$ ٪ ، فإن $L(U \cup T)$ تساوي:

$$\textcircled{د} \quad \frac{26}{35}$$

$$\textcircled{ج} \quad \frac{16}{35}$$

$$\textcircled{ب} \quad \% 42$$

$$\textcircled{أ} \quad \frac{6}{70}$$

(٢٤) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرت واحدة فإن احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

$$\textcircled{د} \quad ١$$

$$\textcircled{ج} \quad \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{ب} \quad \frac{5}{6}$$

$$\textcircled{أ} \quad \frac{2}{3}$$

تمارين إثرائية

- (١) يوجد في كيس ٣ كرات سوداء، وكرة واحدة بيضاء جميعها لها القياس نفسه. تسحب الكرات الواحدة تلو الأخرى دون إعادة. يتوقف السحب عند الحصول على الكرة البيضاء.
فما احتمال أن يتوقف السحب في المرة الثالثة؟

- (٢) تتكون الشيفرة السرية لفتح الخزنة من حرف يليه عدد من ٣ أرقام.
(أ) الحرف هو أحد أحرف الكلمة «كويت». فما عدد الشيفرات الممكنة؟

(ب) الحرف هو ك لكن لا يوجد رقم متكرر.

- (ج) الحرف هو أحد أحرف الكلمة «كويت» وعدد الشيفرة هو عدد زوجي.

$$(3) \text{ أثبت أن: } (s + \frac{1}{s})^6 - (s + \frac{1}{s})^4 = 12s^4 + \frac{1}{s^4}$$