

الرياضيات

كراسة التمارين



الصف الحادي عشر أدبي
الفصل الدراسي الأول

الرياضيات

الصف الحادي عشر أدبي
الفصل الدراسي الأول

كراسة التمارين

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيساً)

أ. فتحية محمود أبو زور

أ. حصة يونس محمد علي

الطبعة الثانية

١٤٤٠ - ١٤٤١ هـ

٢٠١٩ - ٢٠٢٠ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية - قطاع البحوث التربوية والمناهج
إدارة تطوير المناهج

الطبعة الأولى ٢٠١٣ م

الطبعة الثانية ٢٠١٥ م

٢٠١٧ م

٢٠١٩ م

اللجنة الفرعية لدراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف الحادي عشر أدبي

أ. فتحي محمد عبد الفتاح (رئيسًا)

أ. محمد بدر حاتم محمد أ. إقبال محمد البحراني

أ. مها زايد مطلق العنزي أ. رضية جواد حسين النصر

أ. محمد عبدالله الحمد المجرن

دار التَّربويّون House of Education ش.م.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٣ م

شاركنا بتقييم مناهجنا



الكتاب كاملاً



ذات السلاسل - الكويت

أودع بمكتبة الوزارة تحت رقم (٤٨) بتاريخ ١٠/٥/٢٠١٥ م



صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت



سَيِّدُ الشَّيْخِ نَوَافُ بْنُ عَبْدِ الْوَاحِدِ السَّبَّاحِ

وَلِيَّ عَهْدَ دَوْلَةِ الْكُوَيْتِ

المحتويات

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية

٨	تَمَرْنُ ١-١
١٣	تَمَرْنُ ٢-١
١٧	اختبار الوحدة الأولى
٢٠	تمارين إثرائية

الوحدة الثانية: العينات

٢٢	تَمَرْنُ ١-٢
٢٥	تَمَرْنُ ٢-٢
٢٨	تَمَرْنُ ٣-٢
٣٢	اختبار الوحدة الثانية
٣٦	تمارين إثرائية

الوحدة الثالثة: أساليب عرض البيانات

٤١	تَمَرْنُ ١-٣
٤٩	تَمَرْنُ ٢-٣
٥٢	اختبار الوحدة الثالثة
٥٩	تمارين إثرائية

الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها

Roots and Radical Expressions and Operations

المجموعة ٢ تمارين أساسية

(١) أوجد إن أمكن الجذور التربيعية الحقيقية لكل من الأعداد التالية:

(أ) ٨١

(ب) ٣٦-

(ج) ٢, ٢٥

(د) ١

(هـ) ٢٨

(و) $\frac{٣٦}{٢٥}$

(ز) $(١٠٠-)^2$

(ح) $\frac{١٨}{٣٢}$

(ط) ٤٧

(٢) أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية:

(أ) ٨

(ب) ٠

(ج) ٦٤

(د) ١٠٠٠-

(هـ) ٠, ٠٢٧

(و) $\frac{١٢٥}{٢١٦}$

(ز) ٣٤٣×٢٧

(ح) $\frac{١}{٥١٢}$

(ط) ٠, ٢١٦-

(٣) بسّط كلّاً من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $\sqrt[2]{9س}$

(ب) $\sqrt[6]{4س}$

(ج) $\sqrt[4]{16س}$

(د) $\sqrt[16]{٠,٨١س}$

(هـ) $\sqrt[١٤]{س^٨ص^١٤}$

(و) $\frac{\sqrt[٣]{س^٣ص^٥}}{\sqrt[٢]{٢٥س}}$ حيث $س < ٠, ص \leq ٠$

(ز) $\sqrt[٣]{\frac{١٦س^٧ص^٩}{س^٣}}$ حيث $س \neq ٠, ص \leq ٠$

(٤) بسّط كلّاً من التعبيرات التالية:

(أ) $\sqrt[٤]{٤٠} \times \sqrt[٨]{٨}$

(ب) $(\sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٢]{٢})^٢$

(ج) $(\sqrt[٢]{٢٨} - \sqrt[٧]{٢٢}) \times \sqrt[٧]{٢}$

(د) $(٢ + \sqrt[٥]{٥٠}) \times \sqrt[٢]{٢}$

(هـ) $(\sqrt[٣]{٣} \sqrt[٢]{٢} + ٧)^٢$

(و) $\frac{\sqrt[٣]{١٠ \times ١,٦}}{\sqrt[٢]{١٠ \times ٤}}$

$$(ز) \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{5}$$

$$(ح) \sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$$

$$(ط) \sqrt[3]{15 \times 70 \times 120 \times 7}$$

$$(ي) \sqrt[3]{\frac{15 \times 72 \times 10 \times 3}{27 \times 40 \times 2}} \text{ حيث } 0 <$$

(٥) اختصر كلاً مما يلي بحيث يكون المقام عدداً نسبياً:

$$(أ) \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}$$

$$(ب) \frac{4}{2 - 3\sqrt{3}}$$

$$(ج) \sqrt{\frac{14}{12}}$$

$$(د) \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} + 3}$$

$$(هـ) \sqrt{\frac{32}{54}} \times \sqrt{\frac{27}{8}}$$

$$(و) \frac{1 + 3\sqrt{2}}{3\sqrt{3} - 5}$$

$$(٦) \text{ أوجد قيمة التعبير: } \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{5} \text{ إذا كان } \sqrt[3]{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}.$$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) بسّط كلّاً مما يلي:

(أ) $\sqrt{576}$

(ب) $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{18}}{\sqrt{144}}$

(ج) $\sqrt{75} \times \sqrt{27}$

(د) $\sqrt{\frac{9}{8}} \div \sqrt{\frac{25}{32}}$

(هـ) $\sqrt{16} \sqrt{3} + \sqrt{49} \sqrt{3}$ حيث $0 <$

(٢) بسّط كلّاً مما يلي:

(أ) $\sqrt[3]{8-1}$

(ب) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5}$

(ج) $(\sqrt[3]{27} + 1)(\sqrt[3]{27} - 1)$

(د) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16}$

(٣) بسّط كلّاً من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $(\sqrt{5} - 3)(2 + \sqrt{5})$

(ب) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

(ج) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

(د) $\frac{1}{\sqrt{5} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5} - 1}$

$$(هـ) \frac{\sqrt[17]{ص \times 64 \times ٨}}{\sqrt[11]{ص \times ١٦٩ \times ١٠}} \text{ حيث } ص < ٠, ٠ < س$$

$$(و) \frac{٢}{١ + \sqrt[2]{٢}} - \frac{١}{١ - \sqrt[2]{٢}}$$

(٤) ملعب مستطيل الشكل طوله $١٨\sqrt[2]{١٢}$ م وعرضه $٢\sqrt[2]{٩}$ م.

(أ) أوجد محيط الملعب.

(ب) أوجد مساحة الملعب.

(٥) اختصر كلاً مما يلي بحيث يكون المقام عدداً نسبياً:

$$(ب) \frac{\sqrt[3]{٣٢} \sqrt[2]{٢}}{\sqrt[2]{٥}}$$

$$(أ) \frac{\sqrt[2]{٢} - ٣}{\sqrt[2]{٢} + ٣}$$

$$(د) \frac{٣ - \sqrt[2]{٢}}{١ + \sqrt[2]{٢}}$$

$$(ج) \frac{\sqrt[2]{٢} - ٧}{١ - \sqrt[2]{٢}}$$

$$(هـ) \frac{\sqrt[5]{٥} - \sqrt[3]{٢}}{\sqrt[5]{٥} - \sqrt[3]{٢}}$$

(٦) إذا كانت $س = \frac{٢}{١ + \sqrt[5]{٥}}$ فأوجد قيمة $س^٢ - ١$.

الأسس النسبية وخواصها Rational Exponents and Properties

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) بسّط كلّاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن:

(أ) $32\sqrt[5]{-}$

(ب) $81\sqrt[4]{}$

(ج) $16-\sqrt[4]{}$

(د) $216 \times 72\sqrt[5]{}$

(هـ) $\frac{\sqrt[7]{(10)}\sqrt[4]{}}{1000\sqrt[4]{}}$

(٢) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية ثم بسّط إن أمكن:

(أ) $\frac{2}{3}س$

(ب) $\frac{1}{4}س$ ، حيث $س \leq ٠$

(ج) $\frac{1}{6}(17)$

(د) $\frac{2}{3}٨$

(هـ) $\frac{4}{9}س$

(و) $س^{١٠}$ ، حيث $س \leq ٠$

(٣) بسّط كل عدد من الأعداد التالية:

(أ) $5(32)$

(ب) $\frac{2}{3}(٨-)$

(ج) $٠,٢٥(٨١)$

(د) $١,٥-(١٠٠)$

(هـ) $\frac{3}{2}(١٦)$

(٤) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الأسية:

$$(أ) \sqrt[3]{v}$$

$$(ب) \sqrt[5]{s^2}$$

$$(ج) \sqrt[7]{s^3 v^2} \text{ حيث } s \geq 0, v \geq 0$$

$$(د) \sqrt[3]{5 s^2}$$

$$(هـ) \sqrt[3]{81 s^3}$$

(٥) بسّط كلّاً مما يلي:

$$(أ) \sqrt[3]{-(27)^4}$$

$$(ب) \sqrt[5]{243 - 2}$$

$$(ج) \left(\frac{2}{35} \right)^{-9}$$

$$(د) \frac{13}{4} 8 \times \frac{3}{4} 8$$

$$(هـ) s^{\frac{9}{10}} \times s^{\frac{3}{5}} \text{ حيث } s \geq 0$$

$$(و) \frac{s^{\frac{1}{3}} \times s^{\frac{2}{3}}}{s^{\frac{1}{4}} \times s^{\frac{1}{2}}} \text{ حيث } s < 0, v < 0$$

$$(ز) \sqrt[6]{2} - \sqrt[6]{1024}$$

$$(ح) \frac{\frac{1}{5}(27) \times \frac{7}{3} 8}{\frac{4}{5} 9 \times \frac{5}{3}(16)}$$

(٦) علم الأحياء: التعبير ٠,٣٦, م $\frac{3}{4}$ يستخدم لدراسة السوائل.

أوجد قيمة هذا التعبير إذا كان

$$m = 0,25 \times 10^8$$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) بسّط كلّاً من التعبيرات الجذرية التالية:

$$(ب) \sqrt[6]{س^{٢٤}}$$

$$(أ) \sqrt[٤]{٠,٠٠٨١}$$

$$(د) \sqrt[٤]{\frac{١}{١٦}}$$

$$(ج) \sqrt[٤]{١٦٢} + \sqrt[٤]{٣٢}$$

$$(و) \sqrt[٥]{٢٤٣ \times ٣٢}$$

$$(هـ) \frac{\sqrt[٣]{٢٧ س^٣}}{\sqrt[٣]{٨}}$$

(٢) اكتب كل تعبير أسّي مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

$$(ب) ص^{\frac{٣}{٥}}$$

$$(أ) س^{\frac{١}{٤}}, \text{ حيث } س \geq ٠$$

$$(د) \frac{١}{\sqrt[٣]{\frac{٣}{٤} - (١٦)}}$$

$$(ج) س^{٣,٥}, \text{ حيث } س \geq ٠$$

$$(و) (٣٢)^{٠,٢}$$

$$(هـ) \left(\sqrt[٣]{\frac{٢}{٣}} (٢٧) \right)^{-\frac{١}{٤}}$$

$$(ز) (٩)^{٢,٥}$$

(٣) اكتب كل تعبير جذري مما يلي بالصورة الأسية:

$$(ب) \sqrt[٧]{(س^٥)}, \text{ حيث } س \geq ٠$$

$$(أ) \sqrt[٧]{(س^٥)}, \text{ حيث } س \geq ٠$$

$$(د) \sqrt[١٨]{٠,٠١ س}$$

$$(ج) \sqrt[٥]{(٢٤٣)^٤}$$

(٤) بسّط كلاً من التعبيرات التالية:

$$(أ) \frac{s^{\frac{2}{3}} \times v}{s^{\frac{1}{3}} \times v^{\frac{3}{4}}} \text{ حيث } s \neq 0, v < 0$$

$$(ب) \left[s^{\frac{1}{3}} \left(s^{-\frac{1}{3}} \right) \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$(ج) \frac{\sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{54}}$$

$$(٥) \text{ تحليل الخطأ: أوجد الخطأ في الحل التالي: } 33 = \sqrt[3]{9} + 6 = \sqrt[3]{3} \times 3 + 2 \times 3 = (\sqrt[3]{3} + 2) \times 3.$$

اختبار الوحدة الأولى

أسئلة المقال

(١) بسّط كلّاً من التعبيرات الجذرية التالية:

$$(أ) \sqrt[3]{49س^{32}}$$

$$(ب) \sqrt[12]{١٦, ٠س^{١٢}}$$

$$(ج) \sqrt[3]{27 \times 8}$$

$$(د) \frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{18}}$$

$$(هـ) \sqrt[3]{4 \times 54}$$

$$(و) (\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{8}) \times \sqrt[3]{32}$$

(٢) اختصر كلّاً مما يلي بحيث يكون المقام عدداً نسبياً:

$$(أ) \frac{2-}{\sqrt[3]{27}}$$

$$(ب) \frac{7}{1 - \sqrt[3]{5}}$$

$$(ج) \frac{\sqrt[3]{3} + 2-}{\sqrt[3]{2} - 3}$$

$$(د) \frac{5\sqrt[3]{2} - 3}{(2 + 5\sqrt[3]{2})(2 - 5\sqrt[3]{2})}$$

(٣) بسّط كل تعبير من التعابير التالية:

$$(أ) \sqrt[5]{(32)^{-}}$$

$$(ب) 25 \times \sqrt[4]{(25)^{-}}$$

$$(ج) \sqrt[4]{(18)^{-}} \times \sqrt[4]{8}$$

(٤) اكتب كل تعبير مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

$$(أ) \sqrt[8]{\frac{3}{8}}, \text{ حيث } س \leq ٠$$

$$(ب) \sqrt[5]{\frac{2}{5}}$$

$$(ج) \sqrt[3]{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{8} - ٦)$$

$$(د) \sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{5}$$

$$(هـ) \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{3}$$

$$(و) \sqrt[3]{8} \div \sqrt[3]{2} \text{، حيث } \sqrt[3]{0} \neq 0$$

$$(ز) \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{8}$$

$$(ح) \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}+1} - \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}-1}$$

البنود الموضوعية

في البنود (١-١٣) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(أ)	(ب)	(١) $\varepsilon = \sqrt[3]{(8-)}$
(أ)	(ب)	(٢) $\sqrt[3]{(0, 9)} = 0, 3$
(أ)	(ب)	(٣) $\sqrt[3]{\varepsilon} = \sqrt[3]{\varepsilon} \times \sqrt[3]{(2)}$
(أ)	(ب)	(٤) $\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{(81 \sqrt[3]{2})}$
(أ)	(ب)	(٥) $\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{7}$
(أ)	(ب)	(٦) $\sqrt[3]{-3} = \sqrt[3]{(27)} \times \sqrt[3]{-9}$
(أ)	(ب)	(٧) إذا كانت $\sqrt[3]{-2} = \sqrt[3]{2}$ ، $\sqrt[3]{(16)} = \sqrt[3]{\varepsilon}$ فإن $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{\varepsilon} = 1$
(أ)	(ب)	(٨) $\sqrt[3]{81 \sqrt[3]{\varepsilon}} = \sqrt[3]{3} \sqrt[3]{\varepsilon}$ حيث $\sqrt[3]{0} \neq 0$ ، $\sqrt[3]{\varepsilon} \neq 0$
(أ)	(ب)	(٩) العددان $\sqrt[3]{32}$ ، $\sqrt[3]{2}$ مترافقان.
(أ)	(ب)	(١٠) العددان $(\sqrt[3]{2} - 8)$ ، $(\sqrt[3]{2} + 4)$ مترافقان.
(أ)	(ب)	(١١) ناتج $(\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{\varepsilon}) \times \sqrt[3]{(-\sqrt[3]{\varepsilon})}$ يساوي $\sqrt[3]{\varepsilon}$.
(أ)	(ب)	(١٢) $\sqrt[3]{(2-)} = 2 -$
(أ)	(ب)	(١٣) إذا كانت $\sqrt[3]{-7} = \sqrt[3]{7}$ ، $\sqrt[3]{(49)} = \sqrt[3]{\varepsilon}$ فإن $\sqrt[3]{\varepsilon} = \sqrt[3]{-1}$

في البنود (١٤-١٩) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل دائرة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(١٤) العدد $\sqrt[3]{4}\sqrt[7]{4}$ مرافق لـ:

- ① $\sqrt[2]{4}$ ② $\sqrt[7]{4}\sqrt[3]{4}$ ③ $\sqrt[3]{2}$ ④ $\sqrt[3]{4}$

(١٥) مرافق العدد $(\sqrt[3]{2} - 3)$ يمكن أن يكون:

- ① $(\sqrt[3]{2} + 3)^2$ ② $\sqrt[3]{12} + 21$ ③ $\sqrt[3]{2} + 3$ ④ $\sqrt[3]{4} + 7$

(١٦) ناتج $\sqrt[3]{18}\sqrt[6]{3}$ ص^٦ هو:

- ① $\sqrt[3]{3} \sqrt[2]{3}$ ② $9 - \sqrt[3]{3}$ ③ $3 - \sqrt[3]{3}$ ④ $6 - \sqrt[3]{3}$

(١٧) ناتج $\sqrt[3]{a} \times (\sqrt[3]{b}) \times \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ ، حيث $a < 0$ ، $b < 0$ هو:

- ① $(\sqrt[3]{a})^2 (\sqrt[3]{b})^2$ ② $(\sqrt[3]{a})^2$ ③ $(\sqrt[3]{a})^2$ ④ $\sqrt[3]{a^2 b^2}$

(١٨) إذا كانت $\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$ ، $\sqrt[3]{9} = \frac{1}{4}$ فإن $\sqrt[3]{3} =$

- ① ١٨ ② ٦ ③ $\sqrt[3]{18}$ ④ $\sqrt[3]{3} - 3$

(١٩) ناتج $\left(\frac{3}{b}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{5}{4}} \times (a^3 \times b^{-1})^{\frac{3}{4}}$ ، حيث $a < 0$ ، $b < 0$ ، $c < 0$ تساوي:

- ① b^2 ② $a^2 b^2$ ③ $b^2 a^2$ ④ $(b^2)^2$

تمارين إثرائية

(١) بسّط كلّ مما يلي:

(أ) $\sqrt[3]{64000}$

(ب) $\sqrt[3]{343 \times 8 - 27}$

(ج) $\sqrt[4]{0,0016}$

(د) $\sqrt[4]{6061}$

(هـ) $\sqrt[4]{(2\sqrt{2} - 3)^2}$

(و) $\frac{\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{10} \times \sqrt[3]{54}}$

(ز) $\frac{\sqrt[2]{18} \times \sqrt[3]{12}}{53 \times 2^{-6}}$

(٢) بسّط كلّاً من التعبيرات التالية:

(أ) $\sqrt[3]{s} \times \sqrt[2]{s} \leq 0$ ، حيث $s \leq 0$

(ب) $\left(\sqrt[3]{s} \times \sqrt[2]{s} - \sqrt[3]{10} \right) < 0$ ، حيث $s \neq 0$ ، $s < 0$

(ج) $\frac{\sqrt[4]{64s^7}}{\sqrt[2]{2s^4}}$ ، حيث $s < 0$

(د) $\frac{\sqrt[3]{s} \times \sqrt[4]{s}}{\sqrt[2]{s}}$ ، حيث $s \neq 0$

(٣) اختصر كلّاً مما يلي بحيث يكون المقام عدداً نسبياً:

(أ) $\frac{1}{1 + 2\sqrt{2}}$

(ب) $\frac{\sqrt[3]{2} - 2}{\sqrt[3]{2} - 3}$

$$(ج) \frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[2]{2} + \sqrt[3]{2}}$$

$$(د) \frac{\sqrt[12]{2} - \sqrt[3]{2}}{4 + \sqrt[3]{2}}$$

$$(٤) \text{ خطأ تحليلي: أوجد الخطأ. } \sqrt[6]{2} - \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{2} \times \sqrt[4]{2} = (\sqrt[6]{2}) \times (\sqrt[4]{2}) = \sqrt[24]{2} = \sqrt[24]{2}.$$

$$(٥) \text{ أثبت أن: } \sqrt[4]{27} = \sqrt[3]{81}$$

$$(٦) \text{ إذا كان } (١٦)^{\circ} \times \text{س} = ١ - \text{فأوجد قيمة س}$$

$$(٧) \text{ إذا كان س } = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} - 4 = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} - 4$$

$$(أ) \text{ احسب س}^٢.$$

$$(ب) \text{ أثبت أن س تساوي } \sqrt[3]{2}.$$

$$(٨) \text{ إذا كان س } = \frac{\sqrt[2]{2} \sqrt[3]{3}}{1 - \sqrt[2]{2}}, \text{ فأوجد قيمة } \frac{(س - ٤)^٢}{٨} \times (س + ٤).$$

$$* (٩) \text{ أوجد قيمة س بحيث يكون } \left[(٧\sqrt[2]{2} - ٣) \times \text{س} \right] \text{ عددًا نسبيًا.}$$

$$(١٠) \text{ بسط التعبير التالي: } \left(\sqrt[6]{س^٥ ص^٦} \right)^٢$$

المجتمع الإحصائي Statistical Population

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) حدّد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية - غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع.
(أ) عدد زوار أحد المجمعات التجارية في دولة الكويت.

(ب) عدد لاعبي فريق كرة القدم.

(٢) اعرض بعض المتغيرات التي يمكن دراستها للكتب في المكتبة العامة إذا قمت بزيارتها.

(٣) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.
(أ) استطلاع آراء الناخبين في دولة ما حول انتخاب رئيس للجمهورية.

(ب) دراسة حول نسبة عدد الطلاب الذين لون عيونهم زرقاء إلى عدد طلاب فصلك.

(٤) الكتابة في الرياضيات: اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:

(أ) مجتمع إحصائي منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته .

(ب) مجتمع إحصائي غير منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(ج) مجتمع إحصائي لا يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.

(د) مجتمع إحصائي يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.

(٥) ماذا تفعل لإيجاد نسبة المدخنين من عدد سكان دولة الكويت؟

(٦) تريد معرفة نوع العصير المفضل عند الذكور والإناث في الدولة. فما الطريقة التي سوف تستخدمها؟ اشرح إجابتك.

(٧) يهتم أحد الأندية بمعرفة مستوى الخدمة الطبية المقدمة لزوار النادي بهدف تحسينها.

(أ) ما هو المجتمع؟

(ب) ما هي العينة؟

(ج) كيف سيتم جمع البيانات؟

في التمارين (٨-١٢)، اذكر ما نوع البيانات التي تصف كلاً من الحالات التالية:

(٨) عدد التذاكر المباعة لإحدى المسرحيات.

(٩) أنواع منتجات معجون الأسنان المباعة للمستهلك.

(١٠) عدد أنواع السيارات المعروضة في الصالات للبيع.

(١١) البرنامج التلفزيوني المفضل لديك.

(١٢) أوزان الطلاب في مدرستك.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) حدّد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية - غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع.

(أ) عدد المواليد في العالم.

(ب) عدد زوار المركز العلمي في يوم واحد.

(٢) اعرض بعض المتغيرات التي يمكن أن تقوم بدراستها إذا قمت بزيارة حديقة للحيوانات.

(٣) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.
(أ) دراسة أنواع السمك الموجودة في أحد المحيطات.

(ب) دراسة نسبة عدد المعلمين إلى عدد المتعلمين في مدرستك.

(٤) الكتابة في الرياضيات: اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:

(أ) مجتمع إحصائي منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(ب) مجتمع إحصائي غير منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(ج) مجتمع إحصائي لا يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.

(د) مجتمع إحصائي يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.

(٥) ماذا تفعل إذا أردت معرفة نسبة مبيع سلعة جديدة في دولة الكويت؟ اشرح إجابتك.

(٦) ماذا تفعل لمعرفة الوجبة المفضلة عند الذكور والإناث في دولة الكويت؟ اشرح.

في التمارين (٧ - ١٠)، اذكر نوع البيانات التي تصف كلاً من الحالات التالية:

(٧) عدد الأسهم المتداولة في البورصة خلال أسبوع.

(٨) أطوال قامات السكان في الدولة.

(٩) عدد البرامج الموجودة في حاسوب.

(١٠) فريق كرة القدم المفضل لديك.

(١١) تهتم شركات التأمين بمعرفة التكلفة الصحية لزبائنهم سنوياً وذلك لتحديد ثمن بطاقة التأمين.

(أ) ما هو المجتمع؟

(ب) ما هي العينة؟

(ج) كيف سيتم جمع البيانات؟

المجموعة ٢ تمارين أساسية

مدرء	مستشارون	مدققون	مصممون	مسؤولو طباعة	المجموع
٥	١٠	٢٥	١٠	١٠	٦٠
١١ إلى ١٥	١٦ إلى ٢٥	٢٦ إلى ٥٠	٥١ إلى ٦٠	٦١ إلى ٧٠	الترقيم

[illegible]

(٣) في أحد المصانع للمعلبات الغذائية حيث عدد العمال ٦٠٠ يعملون على كافة الآلات في المصنع مرقمين من ١ إلى ٦٠٠ أراد مدير المصنع دراسة كيفية تحسين جودة منتجاته بهدف زيادة المبيع. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود الرابع.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في أحد الفنادق الكبرى التي تحوي ٢٥ طباقًا مرقمين من ١ إلى ٢٥. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٤ طباقين لإرسالهم في بعثة تدريبية باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثالث والعمود السابع.

(٢) يريد صاحب أحد الفنادق الكبيرة تقييم أعمال طاقم الفندق ليحدد قيمة إضافية على أجور جميع العاملين فيه. تم سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢٤ موظفًا من ١٢٠ موظفًا من هذا الفندق كما يبيّن في الجدول التالي:

مدرء أقسام	مضيفون	موظفو استقبال	طباخون	عمال الخدمات	المجموع
٥	٤٥	١٠	٢٠	٤٠	١٢٠

أوجد حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

(٣) في إحدى شركات الأدوية التي تحوي ٤٢٠ عاملاً في ميدان التوزيع والتسويق مرقمين من ١ إلى ٤٢٠، أراد صاحب الشركة التشاور حول قضية ما. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة مكونة من ١٢ عاملاً باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العشرين والعمود الرابع عشر.

تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

Statistical Applications Using Computer

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) كما جرت العادة في أيام الأعياد، قررت إحدى الجمعيات اختيار ١٥ شخصًا عشوائيًا لتقديم لهم زيارة مجانية إلى مكة المكرمة وسوف يتم اختيار هذه العينة العشوائية البسيطة من أصل ٢٥٠ شخصًا مسجلين في هذه الجمعية ويحملون الأعداد من ١ إلى ٢٥٠.

استخدم برنامجًا إحصائيًا لتحديد تلك العينة العشوائية البسيطة المؤلفة من ١٥ شخصًا.

B	A	
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		10
		11
		12
		13
		14
		15
		16

(٢) في إحدى مسابقات اكتشاف المواهب الرياضية وصل عدد المشتركين بعد التصنيفات الأولية إلى ١٨٠ متسابقاً لديهم مستوى متقارب ويحملون الأعداد من ١ إلى ١٨٠، لذا قررت اللجنة المنظمة سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢٠ متسابقاً للتبارى في ما بينها. اسحب عينة عشوائية منتظمة من ٢٠ متسابقاً.

B	A	
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		10

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) إن موظفي أحد المتاجر الكبرى البالغ عددهم ٨٨٠ موظفًا، يؤلفون مجتمعًا موزعًا على ٨ أقسام كالتالي:

- ١ - المواد الغذائية: ٢٤٠ مرقمين من ١ إلى ٢٤٠.
 - ٢ - مواد التنظيف: ٨٠ مرقمين من ٢٤١ إلى ٣٢٠.
 - ٣ - الأدوات المنزلية والديكور: ١٠٠ مرقمين من ٣٢١ إلى ٤٢٠.
 - ٤ - الأدوات الكهربائية والإلكترونية: ٦٠ مرقمين من ٤٢١ إلى ٤٨٠.
 - ٥ - الملابس: ١٤٠ مرقمين من ٤٨١ إلى ٦٢٠.
 - ٦ - الأحذية: ٤٠ مرقمين من ٦٢١ إلى ٦٦٠.
 - ٧ - العطور والتجميل: ١٢٠ مرقمين من ٦٦١ إلى ٧٨٠.
 - ٨ - المعدات والملابس الرياضية: ١٠٠ مرقمين من ٧٨١ إلى ٨٨٠.
- المطلوب إيجاد عينة عشوائية طبقية مؤلفة من ٤٤ موظفًا تمثل جميع الأقسام في المتجر عن طريق استخدام برنامجًا إحصائيًا.

H	G	F	E	D	C	B	A	
								1
								2
								3
								4
								5
								6
								7
								8
								9
								10
								11
								12
								13
								14

P	O	N	M	L	K	J	I	
								1
								2
								3
								4
								5
								6
								7
								8
								9
								10
								11
								12
								13
								14

اختبار الوحدة الثانية

أسئلة المقال

(١) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.
(أ) دراسة أنواع الطيور في إحدى غابات أفريقيا.

(ب) دراسة أنواع الطيور في حديقة الحيوانات.

(٢) الكتابة في الرياضيات: اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:
(أ) مجتمع إحصائي منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(ب) مجتمع إحصائي غير منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

في التمارين (٣-٥)، اذكر نوع البيانات التي تصف كلاً من الحالات التالية:
(٣) استهلاك زيت الوقود في دولة الكويت حيث الكمية مقدرة بآلاف البراميل يوميًا.

(٤) مجموعة الأعداد الحقيقية.

(٥) ألوان الثياب التي يرتديها طلاب الثانوي في المدرسة.

(٦) أثناء دخول الحضور إلى أحد المسارح لمشاهدة مسرحية معينة، وزع المسؤول عن هذه المسرحية بطاقات مرقمة من ١٠١ إلى ٤٤٠ بحيث نال كل شخص بطاقة واحدة. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٠ أشخاص للأخذ بأرائهم بعد انتهاء العرض باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعمود السادس.

(٧) في شركة عالمية لإنتاج السيارات وبيعها يوجد ٥٠٠ تقني صناعي مرقمين من ١ إلى ٥٠٠، ١٠٠ عامل صيانة مرقمين من ٥٠١ إلى ٦٠٠، ٢٠٠ موظف مبيعات مرقمين من ٦٠١ إلى ٨٠٠. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢٤ موظفًا لدراسة تأثير الأزمة العالمية على سوق المبيع باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

(٨) في إحدى المدارس التي تحوي ٤٨ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٤٨. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة مكونة من ٦ طلاب باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعمود الأول.

(٩) في إحدى المدارس الكبرى المؤلفة من ٢ ٤٠٠ طالب مقسمين على ثلاثة أقسام كالتالي:

يتألف القسم الابتدائي من ١٠٢٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ١٠٢٠ والقسم المتوسط من ٨٤٠ طالبًا مرقمين من ١٠٢١ إلى ١٨٦٠ والقسم الثانوي من ٥٤٠ طالبًا مرقمين من ١٨٦١ إلى ٢٤٠٠. استخدم أحد البرامج الإحصائية لتأليف وفد من ٤٠ طالبًا لزيارة المتحف العلمي وذلك من خلال العينة العشوائية الطبقية.

F	E	D	C	B	A	
						1
						2
						3
						4
						5
						6
						7
						8
						9
						10
						11
						12
						13
						14
						15
						16
						17
						18

البند الموضوعية

في البنود (١-٥) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة

- | | | |
|-----|-----|--|
| (أ) | (ب) | (١) المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي. |
| (أ) | (ب) | (٢) البيانات الكمية المستمرة لا تأخذ قيم كسرية. |
| (أ) | (ب) | (٣) تستخدم العينة العشوائية المنتظمة في المجتمعات الإحصائية غير المتجانسة. |
| (أ) | (ب) | (٤) $\text{حجم المجتمع الإحصائي} = \frac{\text{طول الفترة}}{\text{حجم العينة}}$ |
| (أ) | (ب) | (٥) يمكن سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية |

في البنود (٦-١٠)، لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل دائرة الرمز الدال على الاختيار الصحيح.

- | | | | |
|---|----------------|----------------|----------------|
| (٦) المتغير المتقطع فيما يلي هو: | | | |
| (أ) طول القامة | (ب) عدد الأخوة | (ج) وزن الطالب | (د) عمر الطالب |
| (٧) درجة الحرارة في أيام الأسبوع هو متغير | | | |
| (أ) كيفي إسمي | (ب) كمي مستمر | (ج) كيفي مرتب | (د) كمي متقطع |
| (٨) عدد أفراد العائلة هو متغير | | | |
| (أ) كيفي إسمي | (ب) كمي مستمر | (ج) كيفي مرتب | (د) كمي متقطع |
| (٩) إذا كان حجم المجتمع الإحصائي يساوي ١٠٠٠ وكسر المعاينة يساوي ٠,٠٨ فإن حجم العينة يساوي | | | |
| (أ) ٩٠ | (ب) ١٨٠ | (ج) ٨٠ | (د) ١٨ |
| (١٠) إذا كان طول الفترة يساوي ٣٠ وحجم العينة يساوي ٢ فإن حجم المجتمع الإحصائي يساوي | | | |
| (أ) ٦٠٠ | (ب) ٦٠ | (ج) ١٠٠ | (د) ٨٠ |

تمارين إثرائية

في التمارين (١-٣)، اذكر نوع البيانات التي تصف كلاً من الحالات التالية:

(١) صادرات النفط الخام حيث الكمية تقدر بآلاف البراميل يوميًا.

(٢) نوعية الأطعمة التي يقدمها أحد المطاعم إلى زبائنه.

(٣) نسبة الدهون في الدم عند عدد من الأشخاص.

(٤) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.

(أ) دراسة أنواع الحشرات في دولة الكويت.

(ب) دراسة نسبة عدد الإناث إلى عدد الذكور العاملين في أحد المصارف في دولة الكويت.

(٥) الكتابة في الرياضيات: اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:

(أ) مجتمع إحصائي منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(ب) مجتمع إحصائي غير منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(٦) في أحد مصانع غزل النسيج، الذي يحوي ٦٠٠ عامل مرقمين من ١ إلى ٦٠٠. أراد صاحب المصنع مناقشة عدد من العمال في كيفية تحسين الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٥ عاملاً باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

(٧) أراد مدير عام شركة كبرى لإنتاج مواد الدهان تقييم أداء كافة الموظفين، علماً أن الشركة تضم ٨٠ مهندساً تم ترقيمهم من ٢٠١ إلى ٢٨٠، ١٢٠ اختصاصي مختبر تم ترقيمهم من ٣٠١ إلى ٤٢٠، وأخيراً ٢٢٠ عاملاً تم ترقيمهم من ٥٠١ إلى ٧٢٠. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢١ فرداً تمثل جميع العاملين باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السابع والعمود الأول.

(٨) أراد معلم في أصول تعليم القرآن الكريم تشكيل مجموعات في الصفوف الثانوية لإحدى المدارس التي تحوي ١٤٤ طالباً مرقمين من ١ إلى ١٤٤. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة مكونة من ١٦ طالباً باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثالث والعمود الثالث.

(٩) يتألف فريق العمل في إحدى الشركات من ٣٦٠ موظفاً وهم من الجنسين أي ذكور وإناث ويعملون إما بدوام كامل أو بدوام جزئي كما هو مبين في الجدول التالي:

١٨٠ مرقمين من ١ إلى ١٨٠	ذكور/ دوام كامل
٣٦ مرقمين من ١٨١ إلى ٢١٦	ذكور/ دوام جزئي
١٨ مرقمين من ٢١٧ إلى ٢٣٤	إناث/ دوام كامل
١٢٦ مرقمين من ٢٣٥ إلى ٣٦٠	إناث/ دوام جزئي

المطلوب أخذ عينة طبقية حجمها ٤٠ موظفاً، وفقاً للفئات أعلاه باستخدام برنامج إحصائي.

D	C	B	A	
				1
				2
				3
				4
				5
				6
				7
				8
				9
				10
				11
				12
				13
				14
				15
				16
				17
				18
				19

H	G	F	E	
				1
				2
				3
				4
				5
				6
				7
				8
				9
				10
				11
				12
				13
				14
				15
				16
				17
				18
				19

عرض وتمثيل البيانات

Display and Data Representation

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) تبين البيانات التالية الأطوال (بالستيمتر) لقامات ٢٠ طالباً: ١٦٥، ١٧٠، ١٧٥، ١٨٠، ١٨٥، ١٦٨، ١٩٠، ١٦٧، ١٧٢، ١٧٣، ١٨١، ١٧٨، ١٧٩، ١٧٧، ١٨٢، ١٦٦، ١٦٧، ١٧٢، ١٦٩، ١٧٤.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ٥ فئات متساوية الطول، فما طول كل فئة؟

(ج) كوّن جدولاً مبيناً: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

الفئة						المجموع
علامات التكرار						
التكرار						
التكرار النسبي						
النسبة المئوية للتكرار						

(٢) في إحدى مباريات إلقاء الشعر، نال المتبارون التقييم التالي: ممتاز، جيد، ضعيف، مقبول، ضعيف، ممتاز، ممتاز، مقبول، جيد، ضعيف، ممتاز، مقبول، ممتاز، مقبول، مقبول، ممتاز، مقبول، ممتاز.

(أ) كوّن جدولاً تكرارياً لهذه البيانات مبيناً: علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

التقييم						المجموع
علامات التكرار						
التكرار						
التكرار النسبي						
النسبة المئوية للتكرار						

(ب) مَثِّلْ هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

(٣) توضح البيانات التالية أعمار بعض الأشخاص المدخنين: ١٨، ٢٠، ٢٢، ٢٤، ٢٦، ٤٠، ٤٢، ٤٦، ٥٠، ٥٣، ٥٦، ٥٩، ٦٠، ٦٤، ٦٨، ٧٨، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٧٦.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردنا استخدام فئات متساوية الطول على أن يكون طول كل فئة ١٢ سنة، فما هو عدد الفئات؟

(ج) كوّن جدولاً مبيناً: الفئات، علامات التكرار، التكرار، مركز الفئة.

الفئة					
علامات التكرار					
التكرار					
مركز الفئة					

(د) مَثِّلْ هذه الفئات بالمدرج التكراري - بالمنحنى التكراري - بالمضلع التكراري.

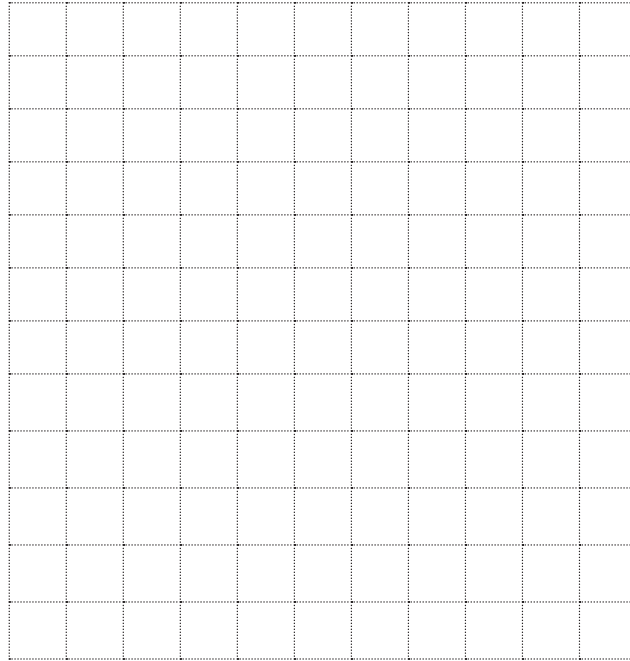
(٤) تمثّل البيانات التالية الأوزان (بالكجم) لـ ٢٦ شخصًا من أعمار مختلفة: ١٠، ١٢، ١١، ١٥، ١٧، ١٩، ١٨، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢١، ٢٢، ٢٥، ٢٨، ٢٩، ٢٦، ٢٧، ٣٠، ٣٤، ٣٢، ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٠، ٤٢.

(أ) كوّن جدولاً مبيناً: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار المتجمع الصاعد، التكرار المتجمع النازل.

الفئة								المجموع
علامات التكرار								
التكرار								
أقل من الحد الأعلى للفئة								
التكرار المتجمع الصاعد								
الحد الأدنى للفئة فأكثر								
التكرار المتجمع النازل								

(ب) ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد، المنحنى التكراري المتجمع النازل.

(ج) استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.



(د) ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.

(هـ) يبيّن الجدول التالي عدد البواخر في حركة شحن البضائع من سنة ١٩٧٦ م إلى سنة ١٩٨٤ م.

السنة	١٩٧٦	١٩٧٧	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤
عدد البواخر	١٠٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٤٠٠	١٨٠٠	٢٦٠٠	٢٤٠٠	٢٦٠٠	٢٨٠٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر.

ماذا تتوقع بالنسبة إلى حركة البواخر بعد سنة ١٩٨٤ م؟

المجموعة ب تمارين تعزيزية

- (١) تبين البيانات التالية أطوال ٢٥ طالباً (بالسنتيمتر) في المرحلة الثانوية: ١٥٠، ١٥٣، ١٥٥، ١٦٠، ١٦٢، ١٦٣، ١٧٠، ١٧٧، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٦، ١٨٠، ١٨١، ١٨٤، ١٨٥، ١٨٦، ١٩٠، ١٧٢، ١٧٩، ١٧٨، ١٧٤، ١٧٣، ١٦٤.
- (أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ٨ فئات متساوية الطول، فما طول كل فئة؟

(ج) كوّن جدولاً مبيناً: الفئات، علامات التكرار، التكرار، النسبة المئوية للتكرار.

الفئة									المجموع
علامات التكرار									
التكرار									
التكرار النسبي									
النسبة المئوية للتكرار									

(٢) أراد معلم الرياضة البدنية تقييم العدائين في المدرسة فكانت النتائج كما يلي:

سريع، بطيء، بطيء جداً، سريع جداً، متوسط السرعة، بطيء، سريع، متوسط السرعة، بطيء، متوسط السرعة، سريع جداً، متوسط السرعة، سريع جداً، بطيء، متوسط السرعة، بطيء جداً، سريع.

(أ) كوّن جدولاً تكرارياً لهذه البيانات مبيناً: علامات التكرار، التكرار، النسبة المئوية للتكرار.

التقييم						المجموع
علامات التكرار						
التكرار						
النسبة المئوية للتكرار						

(ب) مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

(٣) تبين البيانات التالية أعمار بعض الأشخاص الذين قضوا غرقاً في السنوات الماضية: ١٠، ١٨، ٢٠، ٢٣، ٣٠، ٣١، ٣٦، ٤٠، ٤١، ٤٥، ٤٦، ٤٨، ٥٠، ٥١، ٥٤، ٦٠، ٦١، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٧٠، ٧٤، ٧٧، ٨٠، ٨٢، ٨٧.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردنا استخدام فئات متساوية الطول على أن يكون طول كل فئة ١١ سنة، فما عدد هذه الفئات؟

(ج) كَوْنُ جَدْوَلٍ مَبِينًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، مركز الفئة.

[illegible]

(د) مثل هذه الفئات بالمدرج التكراري - بالمنحني التكراري - بالمضلع التكراري.

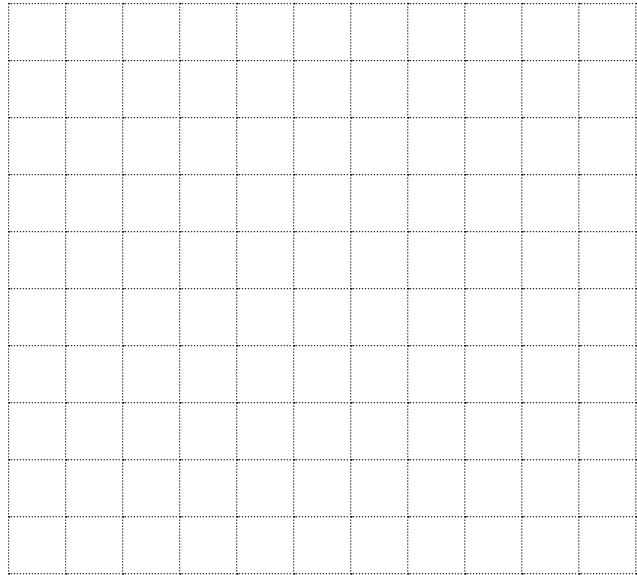
[illegible]A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 20 rows, creating a total of 400 squares. The lines are thin and black, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.

(٤) كانت درجات الطلاب في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة كما يلي: ٥٩، ٥٦، ٥٥، ٤٩، ٦٥، ٦٧، ٦٨، ٦٤، ٦٩، ٧١، ٧٢، ٧٤، ٧٧، ٧٨، ٧٥، ٧٩، ٨٠، ٨٢، ٨٨، ٨٧، ٨٩، ٩٠، ٩٨، ٩٧، ٩٨.

(أ) كوّن جدولاً مبيناً: الفئات حيث إن طول الفئة ٧ درجات، علامات التكرار، التكرار، التكرار المتجمع الصاعد، التكرار المتجمع النازل.

							الفئة
							علامات التكرار
							التكرار
							أقل من الحد الأعلى للفئة
							التكرار المتجمع الصاعد
							الحد الأدنى للفئة فأكثر
							التكرار المتجمع النازل

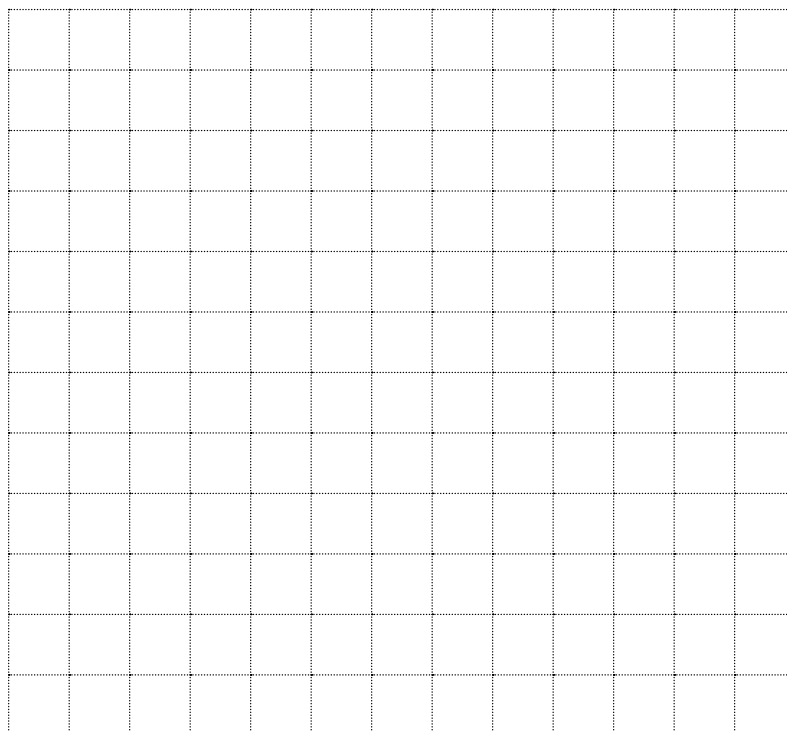
(ب) ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد، المنحنى التكراري المتجمع النازل. استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.



(٥) يبيّن الجدول التالي عائدات إحدى شركات النفط، بالمليون دولار، من سنة ٢٠٠٠م إلى ٢٠٠٧م.

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
العائدات (مليون دولار)	١٣٠	١٢٠	١٠٠	٧٠	١٠٠	١٥٠	١٤٠	١٣٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع بالنسبة إلى عائدات هذه الشركة بعد سنة ٢٠٠٧م؟



تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب Statistical Applications Using Computer

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في إحدى المكتبات تم رصد حركة بيع الكتب بحسب مواضيعها، وذلك لمدة شهر فجاءت النتائج كما هو مبين في الجدول التالي:

الموضوع	علمي	قصة	رواية	شعر	تاريخ
عدد الكتب المباعة	٥٠	٨٠	٢٥	٤٠	١٥

استخدم برنامجاً إحصائياً لتمثيل هذه البيانات مستخدماً الأعمدة البيانية.

(٢) في أحد الفصول الدراسية سئل الطلاب البالغ عددهم ٢٨ طالباً عن عدد الأفلام الذي بحوزتهم فجاءت النتائج كما هو مبين في الجدول التالي:

٢	١	٢	٢	٥	٤	٦
٣	٧	٣	٣	٢	٣	٢
٤	٥	٧	٤	١	٥	٣
١	٦	٨	٣	٣	١	١

(أ) استخدم برنامجاً إحصائياً لصنع جدول تكراري لهذه البيانات.

D	C	B	A	
				1
				2
				3
				4
				5
				6
				7
				8
				9
				10

(ب) استخدم الجدول التكراري في السؤال (أ) واصنع تمثيلاً بيانياً بالقطاعات الدائرية لعدد الأقلام.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) تمثل البيانات في الجدول التالي أنواع الأقراص الصلبة التي تزود بها الحواسيب وذلك بحسب سعتها بالجيجابايت. كوّن جدولاً تكرارياً ذا فئات (تبدأ بـ ٧٥ ويكون طول الفترة ١٧٤) باستخدام الحاسوب، ومن ثم ارسم المدرج التكراري:

٢٥٠	٣٢٠	٢٥٠	١١٥٠	٥٠٠	١٠٠٠	٦٦٠	١٦٠	٢٥٠	٨٠
٥٠٠	١٦٠	٨٠٠	٦٦٠	١٦٠	٣٢٠	٢٥٠	١١٥٠	٥٠٠	٢٥٠
٨٠	٥٠٠	٣٢٠	٢٥٠	١٠٠٠	٥٠٠	٣٢٠	٢٥٠	٦٦٠	١٦٠
٢٥٠	١٠٠٠	٦٦٠	١٦٠	٣٢٠	١٦٠	١١٥٠	٥٠٠	١٦٠	١٠٠٠
٣٢٠	٢٥٠	١٦٠	٣٢٠	٢٥٠	٨٠٠	١٦٠	٢٥٠	٣٢٠	٦٦٠

E	D	C	B	A	
					1
					2
					3
					4
					5
					6
					7
					8

(٢) في إحدى شركات سيارات الأجرة، تم تدوين المسافات المقطوعة بالكيلومتر من قبل ٢٨ سائقًا وذلك لمدة شهر، فكان المعدل اليومي كما هو مبين في الجدول التالي:

٤٦٤	٥٢٣	٣٢٩	٣٠٥	٢٣٨	٣٨٦	٢٥٠
٣٦٩	٤١٣	٤٣٧	٢٩٨	٤٣٥	٥٦٠	٢٩٨
٥٦٧	١٩٥	٣٧٨	٣٨٤	٣٧٩	١٥٦	٣٥٠
٣٥٧	٢٦٥	٤٦٧	٥٣٢	٤٦٤	١٩٩	٤٠٣

(أ) كوّن جدولًا تكراريًا ذا فئات (تبدأ بـ ١٧٦ ويكون طول الفترة ٤٩) باستخدام الحاسوب.

E	D	C	B	A	
					1
					2
					3
					4
					5
					6
					7
					8
					9
					10

(ب) ارسم المدرج التكراري لهذه البيانات.

اختبار الوحدة الثالثة

أسئلة المقال

(١) جاءت أوزان ٥٠ طالباً بالكيلوجرام كما يلي: ٧٠، ٧٢، ٦٥، ٦٣، ٧١، ٧٥، ٦٤، ٥٩، ٥٨، ٦٧، ٦٨، ٧٣، ٧٦، ٧٧، ٦٤، ٦٠، ٦٥، ٦٨، ٦٧، ٦٤، ٥٩، ٥٨، ٥٧، ٦٨، ٦٩، ٧١، ٧٢، ٧٩، ٧٠، ٦٩، ٥٥، ٥٦، ٥٨، ٦١، ٦٤، ٧٠، ٦٨، ٦٤، ٧١، ٧٢، ٥٩، ٥٨، ٥٧، ٦٤، ٦٦، ٦٧، ٦٩، ٧٠، ٦٥، ٦٦.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ٦ فئات متساوية الطول، فما طول كل فئة؟

(ج) كوّن جدولاً تكرارياً مبيناً: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

الفئة							المجموع
علامات التكرار							
التكرار							
التكرار النسبي							
النسبة المئوية للتكرار							

(٢) أرادت إدارة أحد الفنادق معرفة آراء النزلاء في نوعية الخدمة فجاءت النتائج كما يلي: جيد، ممتاز، جيد جداً، متوسط، مقبول، جيد جداً، ممتاز، جيد، مقبول، جيد جداً، جيد، متوسط، مقبول، جيد جداً، جيد، ممتاز، جيد جداً، جيد، مقبول.

(أ) كوّن جدولاً مبيناً: علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

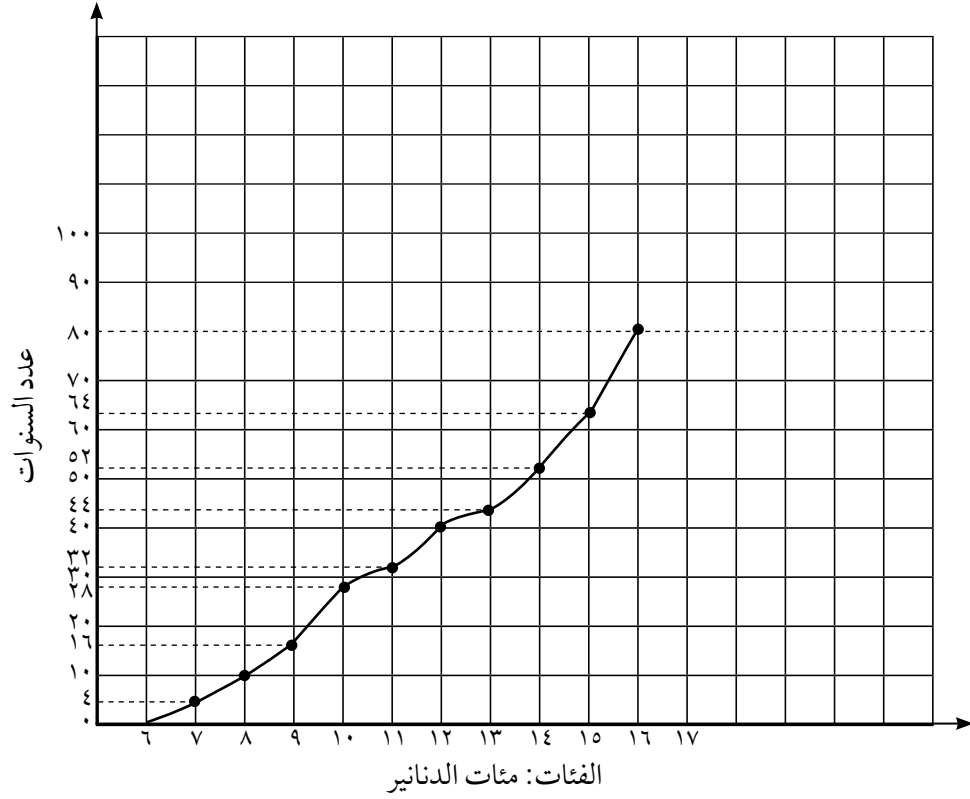
التقييم						المجموع
علامات التكرار						
التكرار						
التكرار النسبي						
النسبة المئوية للتكرار						

٢١:٠٠	١٩:٠٠	١٧:٠٠	١٥:٠٠	١٣:٠٠	١١:٠٠	٩:٠٠	الفئة (بالساعات)
١٤٥	٢٥٤	٣١٠	١٦٥	١١٧	٩٤	٧٥	التكرار

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 15 rows of squares, creating a total of 300 square units. The lines are thin and black, forming a continuous pattern across the entire page.

[illegible]

* (٤) في نهاية أحد أيام العمل، كان توزيع السندات المصرفية بالدينار الكويتي التي أودعها الزبائن لدى أحد الموظفين في أحد المصارف موضحة بالمنحنى التكراري الصاعد التالي:



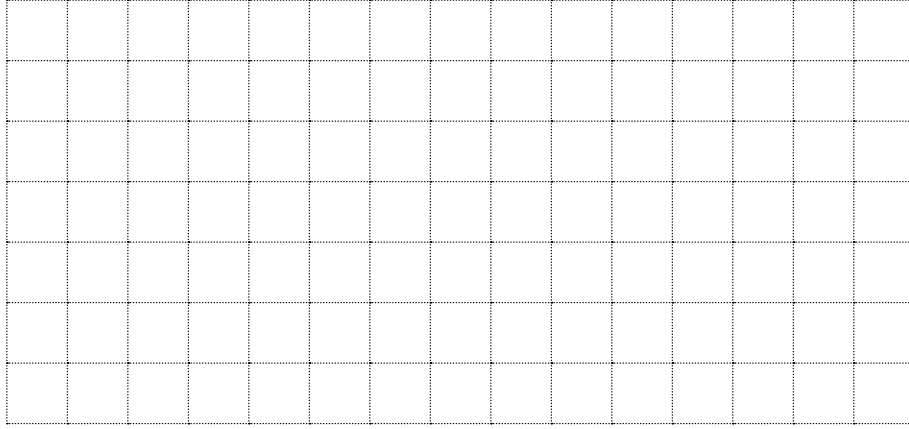
استخدم المنحنى البياني للتكرار المتجمع الصاعد لتكون جدولاً مبيّناً: الفئات، التكرار، التكرار المتجمع الصاعد، التكرار المتجمع النازل.

المجموع	الفئات
	التكرار
	أقل من الحد الأعلى للفئة
	التكرار المتجمع الصاعد
	الحد الأدنى للفئة فأكثر
	التكرار المتجمع النازل

(٥) يبين الجدول التالي إنتاج زيت الوقود (ألف برميل/ يوم) في دولة ما.

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
الإنتاج (ألف برميل/ يوم)	١٥٠	٢٥٠	٢٠٠	٤٠٠	٣٥٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع بالنسبة إلى هذا الإنتاج بعد سنة ٢٠١٠ م؟



(٦) الجدول التالي يمثل الرواتب الشهرية (بالدينار) لكل فئات الموظفين في أحد المصانع.

٢٢٥	١٠٢٥	٣٧٥	١٦٢٣	٣٧٤	٢٥٥
٣٠٢	٩٦٠	٤٢٠	١٣٩٠	٤٥٨	٣٥٠
٣٧٩	٨٩٥	٤٦٥	١١٥٧	١٢٥٠	٤٤٥
٤٥٦	٨٣٠	٥١٠	٩٢٤	٦٢٦	٥٤٠
٥٣٣	٧٦٥	٥٥٥	١٥٥٠	٧١٠	١٤٧٥
٦١٠	٧٠٠	٦٠٠	٤٥٨	٧٩٤	١٠٨٥
٦٨٧	٦٣٥	١٤٨٠	٢٢٥	٨٧٨	٨٢٥
٧٦٤	٥٧٠	٦٩٠	٣٦٧	٩٦٢	٩٢٠
٨٤١	٥٠٥	٧٣٥	٥٣٣	١٠٤٦	١٠١٥
٩١٨	٤٤٠	٧٨٠	٦٢٥	١١٣٠	١١١٠

(أ) كوّن جدولاً تكرارياً ذا فئات بحيث (تبدأ بـ ٢٢٥ ويكون طول الفئة ١٤٩) باستخدام البرنامج الإحصائي، ومن ثم ارسم المدرج التكراري.

(ب) نصنع مجدداً جدولاً تكرارياً آخر ذا فئات بحيث (تبدأ بـ ٢٢٥ ويكون طول الفئة ١٩٩) توازي فئات الرواتب فئات الوظائف كالتالي:

فئات الوظائف	فئات الرواتب
حراسة واستعلامات	٢٢٥ - ٤٢٤
عمال	٤٢٤ - ٦٢٣
تقنيون	٦٢٣ - ٨٢٢
إدارة ومحاسبة	٨٢٢ - ١٠٢١
رؤساء أقسام	١٠٢١ - ١٢٢٠
مهندسون	١٢٢٠ - ١٤١٩
مجلس إدارة	١٤١٩ - ١٦١٨

مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية باستخدام برنامج إحصائي.

[illegible]

البنود الموضوعية

في البنود (١-٣) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) المدى للبيانات التالية: ١٣٨، ١٤٥، ١٣٣، ١٤٢، ١١٨، ١٤٦، ١٤٥، ١٢٥، ١٢٧، ١٤٧، ١٣٨، ١٢٥ هو ٢٩.

(٢) في البيانات التالية: ١٠، ١٢، ١٣، ١٥، ١٧، ١٨، ١٢، ١٧، ١٤، ١٦، ١٩، ١٠، ١٢، ١٣، ١٥، ١٧، ١٨،
 ① أ ② ب .

(٣) إذا كان الجدول التالي يبين النسبة المئوية لتكرار القيم: ١٠، ١٢، ١٤، ١٦،

المجموع	١٦	١٤	١٢	١٠	القيمة
%١٠٠	%٤٠	%١٥	%٥	%١٥	النسبة المئوية لتكرار القيم

فإن ك = ٣٠٪

تمارين إثرائية

(١) في إحدى المؤسسات توزعت رواتب العاملين الشهرية بالدينار الكويتي كما يلي: ٥١٠، ٤٨٠، ٤٧٥، ٤٥٠، ٥٢٥، ٥٤٠، ٥٧٥، ٦٠٠، ٤٦٠، ٤٧٠، ٤٨٥، ٦٢٥، ٦٢٠، ٥٩٠، ٤٦٥، ٤٩٠، ٤٦٥، ٤٥٥، ٥١٥، ٥٠٠، ٥٢٠، ٤٥٥، ٤٨٥، ٤٩٥، ٥٣٠، ٥٣٥، ٥٧٥، ٥٥٠، ٥٥٥، ٥٦٥، ٦٠٥، ٦١٥، ٤٩٠، ٤٧٠، ٤٨٥، ٤٧٥، ٤٩٥، ٥٠٥، ٥٣٠، ٥٣٥، ٥٤٠، ٥٤٥، ٥٥٠، ٥٦٥، ٥٧٠، ٦٠٥، ٦١٠، ٦٢٠.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى فئات متساوية الطول على أن يكون طول كل فئة ٢٥ دينارًا، فما هو عددها؟

(ج) كوّن جدولاً مبيناً: الفئات، علامات التكرار، التكرار، النسبة النسبي، النسبة المئوية للتكرار، مركز الفئة.

(د) مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية - المدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري .

(٣) قامت إحدى شركات إنتاج البطاريات بدراسة ١٢٥ وحدة لمعرفة المدة بالساعات لعمل هذا النوع من البطاريات التي تنتج طاقة كهربائية.

الجدول التالي يبين هذه النتائج:

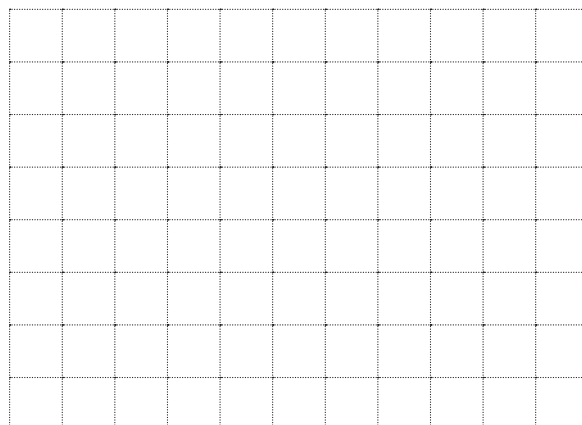
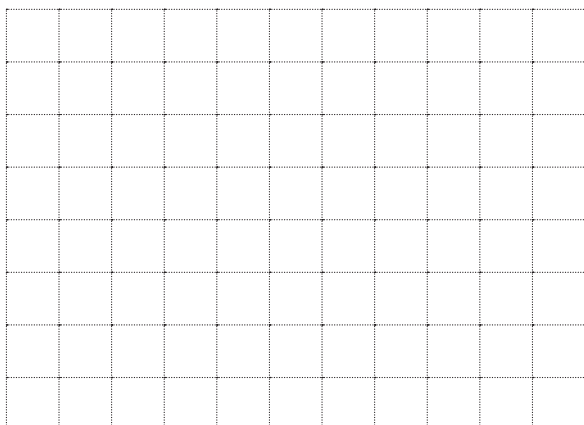
الفئة	-٥٥٠	-٦٠٠	-٦٥٠	-٧٠٠	-٧٥٠	-٨٠٠	-٨٥٠	-٩٠٠
التكرار	٦	٨	٢٠	٤٠	٤٥	٣	٢	١

(أ) أكمل الجدول مبيّنًا: التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

الفئة	-٥٥٠	-٦٠٠	-٦٥٠	-٧٠٠	-٧٥٠	-٨٠٠	-٨٥٠	-٩٠٠
التكرار	٦	٨	٢٠	٤٠	٤٥	٣	٢	١
أقل من الحد الأعلى للفئة								
التكرار المتجمع الصاعد								
الحد الأدنى للفئة فأكثر								
التكرار المتجمع النازل								

(ب) مثل هذه البيانات بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل.

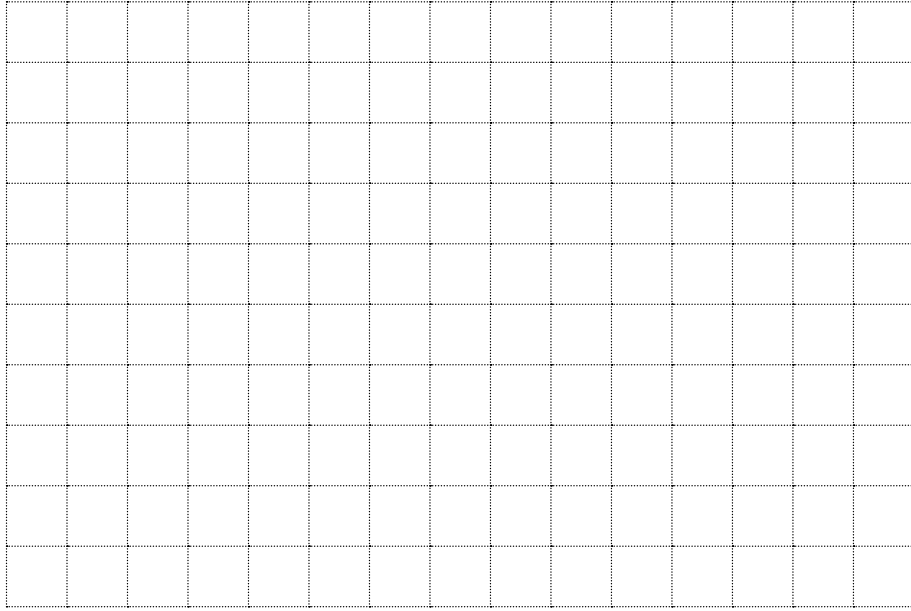
(ج) مثل هذه البيانات بالمضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.



(٤) يبين الجدول التالي بيانات تقديرية لكمية الغاز الطبيعي المسوق (مليار متر مكعب) من قبل دولة ما .

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
الكمية (مليار متر مكعب)	٥	٧	٦	٨	٩

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع بالنسبة إلى تسويق هذه المادة من قبل هذه الدولة بعد العام ٢٠١٠م؟



(٥) يتضمن الجدول التالي بيانات الإنتاج العالمي للذهب بالأطنان من العام ٢٠٠٥م إلى العام ٢٠١١م.

السنة	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
الإنتاج بالطن	٢٥١٨	٢٤٦٩	٢٤٤٤	٢٣٥٦	٢٥٧٢	٢٥٦٠	٢٦٧٥

استخدم برنامجاً إحصائياً لتمثيل البيانات في الجدول التالي بطريقتين:

(أ) الخط المنكسر. (ب) الأعمدة البيانية.

جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	28138	28596	04819	50138	12598	96878	55684	01488	58963	25896	36987	47856	20150	18965
2	01055	53625	47739	51063	08445	33254	22542	50954	73949	11945	29947	86107	35420	77076
3	79603	31075	71532	38497	08236	78411	18237	48743	81472	31761	49582	70411	64708	59416
4	79261	96010	82558	15977	15827	55768	29668	73188	65198	24483	16219	63827	05092	47495
5	00005	37153	07206	78041	09457	97003	49739	75180	74018	90951	96161	31749	23314	55471
6	59282	86004	13259	59537	75702	66287	77941	27095	46176	67215	93007	84125	89302	92843
7	20119	41234	01600	61772	57765	43965	60952	86606	47653	71502	85121	56804	03494	98302
8	67205	41113	34514	03273	95516	68365	79855	50202	66262	31348	37260	56557	15116	38645
9	06244	02595	08941	24615	92256	43007	05022	48195	91554	42525	30499	92203	70717	92685
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010	54826	97006	76740	76343	93982	66126	91164	53560
11	80851	80252	02993	92649	12421	00480	53258	45140	57226	10428	36478	24600	01401	29179
12	74684	98726	87312	70956	49731	45504	70689	57849	77383	53581	05100	07629	04450	54826
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110	67123	59517	89996	58905	75260	21509	87839	68376
14	73419	88893	89748	44745	46390	54781	31307	62656	69777	24494	91659	29133	46122	75769
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712	50625	39027	39168	07835	13446	17758	19166	86050
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647	64335	84663	79524	34618	72718	51651	10486	81509
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637	13539	87601	15442	70131	62278	99491	41647	11029
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487	92734	04850	90175	84906	46435	91518	86972	25705
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768	75611	62054	89867	16083	45585	39555	96236	37875
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288	52656	19225	65019	74795	25915	71637	49063	17695
21	41219	63211	39429	15290	78067	66741	08485	64653	87698	04983	47255	72768	90770	82930
22	20939	02271	71831	53134	73002	86087	98213	24484	08574	34915	03881	26259	83583	55337
23	66587	02998	73357	00128	97188	71660	47602	52022	28157	21602	30212	53762	94149	66526
24	71255	04641	38419	79552	62599	76281	10226	60287	16627	85028	41218	20667	63917	49254
25	08584	91510	57892	75011	49221	69960	90413	62400	23239	76854	66983	15964	70808	41341
26	31552	70340	48274	81006	74831	19177	49160	50762	89666	93535	12381	29770	33895	90381
27	02779	92197	83606	60964	65448	64964	19444	31357	16774	68021	46076	43831	09372	71527
28	22739	38348	29275	50087	91312	68984	37018	03447	05352	00798	61243	86397	98949	07622
29	21255	64526	97920	04791	77315	49905	74232	67222	89562	14683	81533	60057	31164	21824
30	95796	88317	77167	07879	03499	00804	27377	18693	75652	32509	38279	28588	16753	86119
31	75902	33821	35579	75020	78575	43912	99570	79216	04682	53316	95976	11938	56490	43868
32	36028	73731	05339	82203	22856	72459	00237	17627	50326	98629	71967	48402	61549	83717
33	06836	03795	80497	34107	29215	17117	69538	63274	96690	78884	38149	84592	67096	84551
34	35984	71052	01657	19690	99783	13513	37517	96508	49098	86592	10874	18125	00876	14549
35	87635	49443	55077	18157	20552	27316	12591	68157	34316	20447	53989	40096	69123	74210
36	41484	58832	43633	92072	54522	60783	05639	78371	20340	90174	90549	60250	80858	97632
37	65736	34031	37846	47294	50168	96397	50329	17390	04554	96190	02594	44229	24198	03064
38	16118	88260	28975	20036	77353	96179	08143	29222	57871	01292	52420	07130	11896	94088
39	62064	36947	31193	72328	10262	75428	50450	31620	17855	27018	75910	60965	39988	73389
40	23472	61332	48829	99113	90538	74066	38628	09270	72856	71411	78860	50745	42966	27424
41	05654	41781	99888	60787	56313	83221	82631	91989	32577	68175	24897	23456	16419	41727
42	83428	17512	78322	01942	42061	60659	32746	95367	20551	99885	79334	03732	97058	80356
43	65126	87369	56266	48697	33094	07522	92724	05676	91022	64262	24239	60242	01049	42945
44	28042	84729	34846	05880	34188	27048	30623	23204	05034	93136	19192	91674	47022	48523
45	53148	70847	48117	16103	83773	13224	76143	39148	06742	08298	52014	61711	79466	78334

تابع جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
46	13560	38973	76536	54464	57626	10247	67051	83850	93002	30930	83842	09990	39203	85693
47	74560	04842	75720	98173	35124	18019	70681	73624	86300	76894	55504	20022	27144	03239
48	27449	10887	55047	76702	62587	20131	63452	96127	15802	65271	74663	37237	95812	19427
49	44413	47571	63342	67062	19900	42511	71024	44364	02775	41081	33177	09580	71047	33820
50	64512	50481	41107	21553	86471	16380	45959	16065	75195	31120	33822	43200	82566	43078
51	00095	29635	33618	55201	12075	97285	80296	92250	92579	69296	68423	91353	35553	77036
52	09638	68500	84152	55279	29481	48723	87785	06304	53198	79425	41344	87395	54720	72911
53	08589	28972	20500	26761	61852	87387	17967	50345	20479	37841	16337	88163	38585	02798
54	54883	36854	75468	31821	08464	13393	24322	56872	39507	16845	92039	13209	47035	57686
55	15444	18858	69256	81949	85766	20284	15914	76382	25665	84484	36409	87271	14949	12069
56	71565	25235	48604	04697	60513	89675	34337	06619	67509	03365	67431	43725	60359	33823
57	92871	06972	97272	98081	58945	98039	47815	55173	93203	03385	58309	47970	27985	73782
58	68849	33525	22034	44200	90628	39212	75363	00247	96303	51838	99956	34321	85809	87275
59	98827	81751	86350	27162	56861	00566	32360	52560	05152	97370	29229	98503	44100	59854
60	66803	20412	23097	36884	14158	51578	82839	04323	01877	91180	22403	31175	67942	14508
61	41516	62122	37492	78385	08100	01107	49028	80607	92813	75169	25796	12643	75026	04170
62	12162	72695	70213	28844	94220	04677	63128	96254	60006	42148	63974	24739	46064	93416
63	13274	51517	40925	25926	47062	06867	80018	43394	68316	19197	74832	95805	26126	29623
64	52918	26336	17452	70092	22425	68294	14624	12683	60030	18091	76824	45533	29768	59678
65	30361	58894	77995	22650	20266	21791	25773	37748	38058	73835	57440	33610	24749	56691
66	46377	07121	20251	41301	07635	66029	80470	25523	16429	40640	40041	79302	98712	95368
67	27423	28968	39623	90457	26780	14540	15082	90327	56459	77107	60727	26328	59556	93557
68	73886	44934	65197	86001	51613	92940	24998	35378	35732	05469	05791	07309	23107	37543
69	70336	30279	09961	58625	11044	73699	32481	85490	58333	12277	98355	86413	87883	23945
70	97903	34498	31282	11249	13179	41489	87962	89071	61922	02704	83626	67269	26568	09110
71	86205	97851	61543	40666	78098	05621	86072	21202	84985	65253	09306	56791	86227	73343
72	70718	31353	96295	21718	03495	83149	48733	21496	68430	91459	18409	86552	53261	30280
73	79073	05288	57087	27201	29661	08888	42984	96272	93656	50805	32057	36231	03532	64408
74	37479	85240	68508	36333	90080	46063	78129	96854	65844	71369	15432	66145	29223	87139
75	56009	81470	06181	98341	92406	61704	57770	28984	92858	88178	80042	83674	23736	64497
76	97012	75201	16764	31720	59414	81005	63959	15445	12347	71939	23651	29846	20962	77463
77	89839	94534	78223	94989	54376	61163	21914	19430	86856	38116	83201	10117	77879	04504
78	81048	37891	24924	18757	54550	54788	72430	24611	18643	55647	11806	78567	76679	58222
79	96743	96838	50696	57648	15325	72557	77193	50894	33206	44420	37986	84257	02031	65384
80	87649	00751	47483	48564	13103	20941	49793	68972	27994	75845	84616	37040	97110	95953
81	18173	87553	45854	18750	16506	57202	60428	61710	35887	19879	49893	04512	62556	63742
82	27613	72032	94334	38239	00395	05486	96365	01758	99314	41866	25760	74573	72169	25744
83	67517	04195	89100	21434	52923	90818	09206	19493	00233	62413	39127	76457	39419	35023
84	23574	88907	08133	85126	84643	94128	89259	18791	71035	84179	82500	92193	31383	34150
85	98721	90145	05695	14882	11827	56881	14143	68069	88481	08328	58607	81737	11660	96892
86	85556	83652	92934	55451	94792	45056	50732	83305	46303	37510	15539	52534	47250	75231
87	63282	48334	46961	05993	16605	63422	23375	44298	16226	10617	96722	42776	53376	94366
88	34033	36344	41107	77495	73985	79352	14844	44334	30781	16339	38031	28104	60054	05725
89	75567	31423	72507	48162	30150	44912	76250	12017	12136	47687	90279	67127	83889	87957
90	45101	69475	96924	76548	57756	14741	26052	42807	52824	61981	87866	35512	23771	43130